

**Mezőberényi Petőfi Sándor  
Evangélikus Gimnázium,  
Kollégium és Általános Iskola**  
5650 Mezőberény Petőfi Sándor út 13-15.  
OM: 028375  
Tel: (70)400-2446  
web: <https://psgsuli.hu>



# MATEMATIKA

## Helyi tanterv

(az 5/2020. (I.31.) kormányrendelet  
általános iskolai és gimnáziumi kerettanterve alapján)

2020

# I. Célok

## I.1.) Felső tagozat:

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a

matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

## **I.2.) Gimnázium:**

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése.

Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességét és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni.

A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére

kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

### **I.3.) Kompetencia-fejlesztés:**

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával

hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a

gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége)

## II. Óraszámok

### II.1.) Általános iskolai felső tagozat:

36 tanítási hétre minden képzési formában

	5. osztály	6. osztály	7. osztály	8. osztály
Heti óraszám	4 óra / hét	4 óra / hét	3 óra / hét	3 óra / hét
Éves óraszám	144	144	108	108

### II.2.) 4 ill. 5 évfolyamos gimnáziumi képzés:

34 tanítási hétre (+2 témahét) minden képzési formában, 12. évfolyamon 30 tanítási hétre

	Előkészítő évfolyam NYEK, KNY	Előkészítő évfolyam AJTP	9. évfolyam:	10. évfolyam:	11. évfolyam: *	12. évfolyam: * **
Heti óraszám	2 óra/hét	4 óra/hét	3 óra/hét	3 óra/hét	3 óra/hét	4 óra/hét
Éves óraszám	68	136	102	102	102	120

\*: 11 – 12. évfolyamokon képesség szerinti csoportbontás

(a matematikát emelt szinten választó diákok külön csoportokat alkotnak, nekik 2-vel több órájuk van hetente, azaz 11.-ben heti 5 óra, 12.-ben heti 6 óra)

\*\* : 12. évfolyamon a szabad órakeretből heti 1 órát a matematika tantárgy oktatására fordítunk, így heti 3 helyett heti 4 óra jelenik meg a táblázatban

## **MATEMATIKAOKTATÁS A MAGYAR-NÉMET KÉT TANÍTÁSI NYELVŰ ÁGBAN:**

A magyar-német két tanítási nyelvű ágban tanuló diákok 9. és 10. évfolyamokon német nyelven tanulják a matematikát, majd 11. és 12. évfolyamokon magyarul és németül.

Az utolsó két évben kötelező jelleggel van heti 1 – 1 óra „Mathematik” nevű tantárgy, ahol ezen két évfolyam német nyelvű szakszókincsének elsajátítása és gyakorlás történik.

A „Mathematik” tárgynak van külön helyi tanterve.

### **III. Tananyag**

#### **ÁLTALÁNOS CÉLOK ÉS FELADATOK:**

A tananyag részletes felépítésekor irányadónak tekintettük a NAT, a kerettanterv, valamint az érettségi vizsga követelményeit. Figyelembe vettük iskolánk speciális igényeit is: matematikai képességek készség szintre fejlesztése (fizikai és kémiai számítási feladatokban való alkalmazások), a matematika tanítása két nyelven, emelt szintű órákban tehetségfejlesztés, emelt szintű matematika-oktatás az emelt szintű érettségi követelményeihez igazodva. Ezen igényekhez igazodva fogalmaztuk meg minden évfolyamon az általános célokat és feladatokat, illetve állapítottuk meg a fejlesztési követelményeket.

Az általános iskola felső tagozatán a biztos matematikai alapok kialakítására törekszünk, az alapműveletek magabiztos elvégzése, a begyakoroltatás a fő feladat. Geometriából nagy hangsúlyt helyezünk a szerkesztési feladatok elvégzésére, hiszen a középiskolában ez a terület háttérbe szorul.

A hatosztályos gimnáziumi képzés matematika tagozatán magasabb óraszámúban dolgozunk, itt a stabil számítási rutin kialakítása a cél. A sok óra elsősorban a gyakoroltatást szolgálja, magabiztos tudást kell kialakítani a gyerekekben, hogy a matematikát mint eszközt könnyedén tudják alkalmazni más tantárgyak számítási feladatainak megoldásánál.

A gimnáziumi előkészítő év legfontosabb feladata minden tanuló matematika tudásának olyan szintre hozása, amely a középiskolai tanulmányok sikeres folytatását lehetővé teszi. Csökkenteni kell az általános iskolában felhalmozódott esetleges hiányokat. Törekedni kell arra, hogy a tanulók változatos gondolkodási módszereket sajátítsanak el. Törekedni kell a

motiváltság biztosítására, a pontos és kitartó munkára, az önálló tanulás fejlesztésére, a problémamegoldások mellett az igazolások, bizonyítások keresésére. Az előkészítő év célja, hogy az általános iskolában felmerült minden fogalmat és összefüggést átismételjen, átfogó képet adva a tananyagról.

A 9 – 10. évfolyamokon minden képzési ágban azonos tanterv szerint haladunk, a két tanítási nyelvű ágban német nyelven, a többi osztályban magyarul.

A 11 –12. évfolyam tantervében leírt követelményeket mindenkinek teljesítenie kell, ugyanis ezek képezik a középszintű érettségi vizsga anyagát. Az emelt szintű érettségi vizsgához igazodó emelt szintű tanterv leírását ld. külön blokkban. Ennek megtanítása a heti plusz 2 órában történik, annál a témakörnél tárgyalva a 11. és 12. évfolyam tananyagában, ahová leginkább beilleszthető.

A 11. és 12. évfolyamon minden képzési ágban magyar nyelven folyik a matematikaoktatás, mert így lehet a diákok fejlődését leginkább elősegítő képesség szerinti csoportbontást és az emelt szintesek külön csoportban tanítását sikeresen megvalósítani. A német két tanítási ágban tanuló diákok számára ezen a két évfolyamon szükség van heti plusz 1 német nyelvű Matematik órára, hogy a német nyelvű matematika érettségi vizsgára eredményesen fel tudjuk készíteni őket.

## **RÉSZLETES TEMATIKA ÉVFOLYAMONKÉNT:**

### **5–6. évfolyam**

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek. A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is. A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 272 óra + 16 óra gyakorlás. 36 hétre, heti 4 órára tervezve ez éves szinten 144 – 144 órát jelent.**



## A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt összes óraszám	Óraszám 5. évben	Óraszám 6. évben
Halmazok	10	4	6
Matematikai logika, kombinatorika	10	4	6
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	20	12	8
Alapműveletek természetes számokkal	16	14	2
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	18	14	8
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	18	12	6
Alapműveletek közönséges törtekkel	18	12	6
Alapműveletek tizedes törtekkel	14	12	6
Arányosság, százalékszámítás	20	2	18
Egyszerű szöveges feladatok	20	10	10
A függvény fogalmának előkészítése	10	4	6
Sorozatok	8	4	4
Mérés és mértékegységek	16	8	8
Síkbeli alakzatok	18	14	12
Transzformációk, szerkesztések	20	4	16
Térgeometria	16	10	6
Leíró statisztika	10	2	8
Valószínűség-számítás	10	2	8
<b>Összes óraszám:</b>	<b>272</b>	<b>144</b>	<b>144</b>

## Részletes tematika az 5. évfolyamon:

### Témakör: Halmazok

Javasolt óraszám: 4 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról

- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

#### FOGALMAK

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán  
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

### Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

#### Javasolt óraszám: 4 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállításánál rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

#### FOGALMAK

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

**Témakör: TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megkeresi természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét .

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M
- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 5-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

#### FOGALMAK

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

## **Témakör: Alapműveletek természetes számokkal**

**Javasolt óraszám: 14 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus a kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### FOGALMAK

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

## Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

### Javasolt óraszám: 14 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;

- ismeri az egész számokat.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejen, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

#### FOGALMAK

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

## **Témakör: Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közöséges tört és tizedes tört alakját.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

### **FOGALMAK**

közöséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad  
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása  
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

## **Témakör: Alapműveletek közöséges törtekkel**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégi az alapműveleteket, eredményét összeveti előzetes becsülésével;

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében, természetes számokkal.
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

#### **FOGALMAK**

közös nevező

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása  
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

### **Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel**

#### **Javasolt óraszám: 12 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alapműveleteket, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon valamint szoroz
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;



- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása természetes számmal írásban
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

#### **FOGALMAK**

kerekítés

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

### **Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete

- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával

#### FOGALMAK

hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges  
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a  $\frac{2}{3}$  rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az  $\frac{1}{3}$  rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás

### **Témakör: Egyszerű szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megoldását ellenőrzi.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

#### FOGALMAK

becslés, ellenőrzés

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a

szerepcserét

- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

## **Témakör: A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám: 4 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

### **FOGALMAK**

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése  
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

## **Témakör: Sorozatok**

**Javasolt óraszám: 4 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása

- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

#### FOGALMAK

sorozat, számsorozat, szabály

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megisméltése, tovább fűzése  
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása  
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában  
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

### **Témakör: Mérés és mértékegységek**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- meghatározza háromszögek kerületét és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, kocka, téglatest felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

#### FOGALMAK

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szívószál-moddell szög tartományok kijelölése  
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szög tartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés ösztér fogata, a teremben lévő levegő becslt térfogata...)  
„Üreges testek” úrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján  
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becslt magassága, becslt térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becslt magassága, becslt térfogata...)  
Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

### **Témakör: Síkbeli alakzatok**

#### **Javasolt óraszám: 14 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: háromszög-egyenlőtlenség.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- csoportosítja a háromszögeket szögek és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: háromszög-egyenlőtlenség
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

#### **FOGALMAK**

síkidom, sokszög, hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, szabályos háromszög; téglalap, négyzet

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

### **Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

#### **Javasolt óraszám: 4 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése;
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

#### FOGALMAK

merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon  
Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása

- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

## **Témakör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- a kocka, a téglatest, hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest, tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

### **FOGALMAK**

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben  
Zsinóros térgeometriai modellek használata

## **Témakör: Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos eszközökkel

- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol,

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdigram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdigram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

#### FOGALMAK

adat, diagram, átlag

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

### Témakör: Valószínűség-számítás

**Javasolt óraszám: 2 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

#### FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK



- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

## Részletes tematika a 6. évfolyamon:

### **Témakör: Halmazok**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

## Fogalmak

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán  
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

## Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

Javasolt óraszám: 6 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállításánál rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

### Fogalmak

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bíróági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazgá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

### **Témakör: TERMÉSZETES SZÁMOK HALMAZA, SZÁMELMÉLETI ISMERETEK**

#### Javasolt óraszám: 8 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztók száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számok helyi értékes írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

## Fogalmak

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

## Témakör: Alapműveletek természetes számokkal

### Javasolt óraszám: 2 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### Fogalmak

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

**Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alapműveletek elvégzése az egész számok körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejből, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (–10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”

- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vedd fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

## **Témakör: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

### **Javasolt óraszám: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

#### **Fogalmak**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányérra egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad  
színezése  
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása

- Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
  - Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

## **Témakör: Alapműveletek közönséges törtekkel**

### **Javasolt óraszám: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- meghatározza konkrét számok reciprokát.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

#### **Fogalmak**

közös nevező, reciprok

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása



- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
- Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

## **Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tizedes törtök összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtök írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

### **Fogalmak**

kerekítés

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvvel „Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével

- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása  
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

## **Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

### **Javasolt óraszám: 18 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

#### **Fogalmak**

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges  
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a  $\frac{2}{3}$  rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az  $\frac{1}{3}$  rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

### **Témakör: Egyszerű szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgykból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megoldását ellenőrzi.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

#### **Fogalmak**

becslés, ellenőrzés

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

### **Témakör: A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

#### **Fogalmak**

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése  
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése  
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

### **Témakör: Sorozatok**

**Javasolt óraszám: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

#### **Fogalmak**

sorozat, számsorozat, szabály

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése

Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása

„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra

- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

## **Témakör: Mérés és mértékegységek**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

### **Fogalmak**

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Szívószál-moddellal szögtartományok kijelölése  
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfogata, a teremben lévő levegő terfogata...)  
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján  
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete;

lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata...)

Közei játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése

- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

## **Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete
- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

### **Fogalmak**

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

## **Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 16 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes tükörképét
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

## **Fogalmak**

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon  
Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

### **Témakör: Térgometria**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- a kocka, a téglatest, hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- a kocka, a téglatest, tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

#### Fogalmak

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben  
Zsinóros térgometriai modellek használata

### **Témakör: Leíró statisztika**



## Javasolt óraszám: 8 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

### Fogalmak

adat, diagram, átlag

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

## Témakör: Valószínűség-számítás

### Javasolt óraszám: 8 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése

- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

### Fogalmak

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bököcs játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bököcsünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

## 7–8. évfolyam

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek.

Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

**A 7–8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 204 óra + 12 óra gyakorlás. 36 hétre, heti 3 órára tervezve ez éves szinten 108 – 108 órát jelent.**

#### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt összes óraszám	Óraszám 7. évben	Óraszám 8. évben
Halmazok, számhalmazok	12	10	2
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	18	6	12
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	18	12	12
Arányosság, százalékszámítás	22	13	9
Szöveges feladatok előkészítése	16	16	0
Szöveges feladatok	22	0	22
A függvény fogalmának előkészítése	12	9	9
Síkbeli alakzatok	20	10	10
Transzformációk, szerkesztések	20	10	10
Térgeometria	20	10	10
Leíró statisztika	12	6	6
Valószínűség-számítás	12	6	6
<b>Összes óraszám:</b>	<b>204</b>	<b>108</b>	<b>108</b>

#### Részletes tematika a 7. évfolyamon:

**Témakör: Halmazok, számhalmazok**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése

### FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése  
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például  $A = \{\text{paralelogrammák}\}$  halmaz részhalmaza  $B = \{\text{rombuszok}\}$ , nem részhalmaza  $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

**Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

#### FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagyalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

### **Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a hatványozás azonosságait.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;

- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

#### FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

### **Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám: 13 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása

- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

## FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótekonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

## Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

**Javasolt minimum óraszám: 16 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatóssal és mérlegelvéssel megold.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása
- Helyettesítési érték számolása
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása
- Két tagból közös számtényező kiemelése
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvel

### FOGALMAK

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása
- Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

## Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 9 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása



## FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

## Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 10 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

## FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalaphól négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása

- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

## **Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diskusszió
- Dinamikus geometriai szoftver használata

### **FOGALMAK**

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása  $180^\circ$ -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

## **Témakör: Téergeometria**

## Javasolt óraszám: 10 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésrel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb alakú testek felfedezése
- Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása mérésrel és számolással

### FOGALMAK

hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Hasáb alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

## Témakör: Leíró statisztika

### Javasolt óraszám: 6 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

#### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

#### FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

### **Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### FOGALMAK

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmével, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket
- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

## Részletes tematika a 8. évfolyamon:

**Témakör: Halmazok, számhalmazok**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;

- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Halmazokba rendezés több szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

#### FOGALMAK

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése  
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például  $A = \{\text{paralelogrammák}\}$  halmaz részhalmaza  $B = \{\text{rombuszok}\}$ , nem részhalmaza  $C = \{\text{deltoidok}\}$
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

### **Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;

- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

#### FOGALMAK

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás” játék
- „Einstein-fejtörő” típusú játék
- „Rontó” játék
- NIM játék; táblás játékok
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása
- Fagyalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe
- Számkártyás feladatok megoldása
- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

### **Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezői felbontását 1000-es számkörben;

- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

#### FOGALMAK

prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

### **Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

#### **Javasolt óraszám: 9 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

##### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.



## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom
- Banki ajánlatok (ügyműveletdíjak, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

## FOGALMAK

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

## Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 22 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

## FOGALMAK

ellenőrzés

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;  
A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

## Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 9 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.
- felismeri és megalkotja az abszolútérték függvény grafikonját
- felismeri és megalkotja a másodfokú függvény grafikonját

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

## FOGALMAK

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

### **Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Háromszögek külső szögeinek összege
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

#### FOGALMAK

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel
- Pitagoraszai számhármak keresése
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

## **Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükröképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben
- Dinamikus geometriai szoftver használata

### **FOGALMAK**

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása  $180^\circ$ -kal; tulajdonságok megfigyelése
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása

- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

## **Témakör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az őrntartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testek hálójának készítése
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

### **FOGALMAK**

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból  
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

## **Témakör: Leíró statisztika**

### **Javasolt óraszám: 6 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

#### **FOGALMAK**

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

## **Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

### **FOGALMAK**

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

- 21-ezés különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

## Gimnáziumi előkészítő évfolyam

### 9/AJTP - heti 4 óra

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a



kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diskussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A tantárgy a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segíthet a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

Az előkészítő évnél biztosítani kell azokat a tárgyi tudásbeli alapokat, amelyek majd a középiskolai anyag elsajátításához szükségesek. El kell kezdeni kialakítani azt a gondolkodáskultúrát, amely a további sikeres tanulmányokat lehetővé teszi. Talán az előzőeknél is fontosabb, hogy *a matematikához és általában a problémamegoldáshoz olyan pozitív hozzáállást alakítsunk ki*, amely a későbbiekben minden tárgy tanulásánál segíthet a nehézségek leküzdésében. Ennek érdekében az előkészítő évfolyamon a matematika tananyag kiválasztásának legfontosabb célkitűzései:

- Az általános iskolai ismeretek áttekintése, rendszerezése.
- A matematikai és általában a problémamegoldó gondolkodás módszereinek megismerése (pl. logika elemei, általánosítás – analógia, deduktív módszer, indirekt bizonyítás, skatulyaelv).
- A matematikatörténeti vonatkozások kiemelése.
- A matematika szerepének felismertetése az élet különböző területein: játékokban, gazdaságban, művészetekben.

Fontosnak tartjuk, hogy az előkészítő év folyamán ismertessük meg a tanulókat az iskolák könyvtárával, a rendelkezésre álló szakirodalommal, illetve az elektronikus információhordozókkal.

A matematika nagyban segíti a kötelességtudat, a rendszeresség fejlesztését, az önfegyelem kialakítását. A magyar matematikusok teljesítményének, díjainak megismerése fejleszti a nemzeti öntudatot. A közös feladatok megoldása, a csoportmunka fejleszti a társas kapcsolatokat, a munkamegosztás képességét. A matematika jól körülírható követelményei pedig az önértékelést. A tervezési és optimalizációs feladatok segítik a legkevesbé környezetkárosító, a feltételeknek megfelelő legjobb megoldások keresését. A 9. évfolyam

igen fontos a pályairányultság kialakulása szempontjából. Az érdeklődést felkeltő témakörök, feladatok nagyban segíthetik a reálpályák felé fordulást. A Sorozatok, százalékszámítás témaköröknek igen fontos szerepe van, segítenek a pénzügyi kompetencia fejlesztésében. Táblázatok, grafikonok elemzése segítheti az információk megértését. A tudományos érdeklődést fejlesztő témakörök pedig az igényes médiaválasztást.

A matematika sajátos tanulási módszereit folyamatosan fejleszteni kell, de a 9. évfolyam sok témaköre (prímszámok, szerkesztések, matematikai játékok) különösen alkalmas az önálló készülés, az önellenőrzés képességének alakítására. A matematika segíti a pontos fogalmazás, a világos indoklás képességét. Ezen az évfolyamon ez már fontos elvárás. Az idegen eredetű szakszavak elemzése, adatok, rövidebb szövegek interneten való keresése kiválóan fejleszti az idegen nyelvi kompetenciát. A megalapozott matematikai ismeretek biztosítják a fenti kompetenciák folyamatos fejlesztését. A matematikai programok alkalmazása kifejezetten alkalmas a digitális kompetenciák fejlesztésére, az algoritmusok használata pedig ezek értő alkalmazását segíti. Az elemzőképesség fejlesztése - pl. játékok kimeneteleinek elemzése, probléma-megoldási stratégiák megismerése - fontos feladat. A matematika művészetekben való alkalmazása: (szimmetriák, aranymetszés) fejleszti az esztétikai-művészeti tudatosságot és kifejezőképességet.

Az egyik az általános iskolai ismeretekben, a már ott elvárt készségekben jelentkező hiányosságok pótlása, a másik a középiskolában elvárt gondolkodásmódra való felkészítés.

Ha az év elején kiderül, hogy valamely területen nagyobb hiányosságok tapasztalhatók, akkor a 9. évfolyamon lehetőséget kell biztosítani hiányosságok pótlására, a nem megfelelő készségek fejlesztésére. De ez semmiképp ne úgy történjen, hogy a megfelelő általános iskolai agyagot (pl. törtekkel való műveletek) új anyagként újratárgyaljuk. Ne az legyen a kiindulási alap, hogy „Nem tudnak törtekkel számolni”. Tudnak, csak sokat hibáznak, esetleg egy-két dologra nem mindig jól emlékeznek. Ezért a meglévő ismeretekre alapozva érdekes feladatokon gyakoroljunk, és néhány óra után előjönnek az elfelejtett ismertek, csökken a hibaszázalék.

A középiskolában elvárt gondolkodásmód kialakításának kulcskérdése az, hogy az állításainknál, a tananyagban szereplő tételeknél mennyire elvárt az indoklás, a bizonyítás.

- Az általános iskolai anyagban csak minimális szerepe van a bizonyításoknak. A középiskolai anyagban viszont elvárás, hogy a szereplő tételleket, a tananyag tárgyalása során megfogalmazott állításokat indokoljuk. Az AJTP 9. évfolyama a heti 4 órában tanuló csoportokban is kiváló lehetőséget jelent a bizonyítási igény fokozatos kialakítására, néhány egyszerűbb bizonyítási módszer megismerésére.

- A bizonyított, ill. az egyelőre bizonyítás nélkül elfogadott állítások arányát igazítsuk a csoport képességeihez. Itt még fontosabb, hogy több érdekes dologgal (matematikai játékkal, érdekes alkalmazással, matematikatörténeti vonatkozással) találkozzanak a tanulók, mint az, hogy a szóba kerülő ismeretek mind korrektül igazoltak legyenek.

- Azokat a tételleket, amelyek a spirális felépítés miatt a későbbi tanévek anyagában is szerepelni fognak, majd ott bizonyítjuk.

A 12 szabadon választható óra is azt a célt szolgálja, hogy minél pozitívabb hozzáállás

alakuljon ki a matematikához, a problémamegoldáshoz. A szabadon választott órák kisebb mértékben szolgálhatják azt a célt, hogy ha egy témakört az adott óraszámban még nem sajátították el a tanulók az elvárt szinten, akkor lehessen rá egy-két órával többet fordítani. Ennél jobban ajánlott a szabadon választható órákat arra fordítani, hogy ha egy témakörrel szívesen foglalkoznak a tanulók, akkor a tervezetben szereplőnél több órát is lehessen ezzel eltölteni.

	Tematikus egység	órakeret
1	Gondolkodási módszerek, halmazok, logika	14 óra
2	Algebra.	20 óra
3	Számelmélet,	24 óra
4	Geometria	25 óra
5	Függvények, sorozatok	15 óra
6	Kombinatorika, valószínűség	14 óra
7	Ismétlés	12 óra
8	Szabadon választható órakeret	12 óra
	Összesen:	136 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika	Óra- keret: 14 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.	
Tantárgyi fejlesztési célok:	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, összekapcsolása, igazságtartalmuk eldöntése.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Néhány bevezető probléma. A matematikatanulás bevezetéseként az éves anyagból néhány érdekes problémát vetünk fel, amelyek kedvet csinálhatnak a matematikával való foglalkozáshoz. A problémafelvetés időszakában a kérdések nagyobb részét nyitva hagyjuk, és majd az év közben átismételt, vagy új ismeretek segítségével adunk rájuk választ.</p> <p>A matematika fogalmi rendszere. <i>Példák definícióra, tételre, axiómára, sejtésre.</i></p> <p>Halmazok. Halmazok megadása, részhalmaz, halmazok uniója, metszete. <i>Elemek halmazokba rendezése több tulajdonság alapján</i> <i>Halmazábra használata.</i> <i>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</i></p> <p>Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása. Logika elemei.</p>		

<p>Az „és” a „vagy”, a „ha akkor” és az „akkor és csak akkor” használata.  „Bármely” és „Van olyan” használata.  <i>Állítások megfogalmazása, elemzése a hétköznapi életből és a matematika területéről.</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, komplementer halmaz, unió, metszet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra	Óra-keret: 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számhalmazok: természetes, egész, racionális, valós – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Törtekkel való számolás és az egyenletmegoldás biztossá tétele. A számfogalom elmélyítése a számegyenes és a valós számok kapcsolatával.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Egész számok körében végzett műveletek.  Műveletek egész számokkal és kifejezésekkel.  Műveleti tulajdonságok.  Műveletek azonos alapú hatványokkal.  Az első <math>n</math> szám összege és kapcsolódó feladatok, pl. számháromszögek.  <i>Kapcsolat: Sorozatok</i>  Speciális szorzatként a faktoriálisokkal való számolás.</p> <p>Törtekkel való műveletek.  Törtök szorzása, osztása, összeadása, kivonása,  Számok normál alakja.  <i>(Csak felismerés, műveletek gyakorlása nélkül)</i></p> <p>Mérlegeléssel kapcsolatos feladatok.  <i>Pl. 5 súllyal 1 kg-tól hány kg-ig tudunk minden egész kg-ot mérni?</i>  Hamis érmék kiválasztása.</p> <p>Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.  Elsőfokú, egy ismeretlenes egyenletek. Mérlegelv.  Két ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek megoldása.</p> <p>Százalékszámítás.  Százalékszámítás alapjai.  Szöveges feladatok százalékszámításra.</p> <p>Szöveges feladatok.  Logikai úton, következtetéssel megoldható feladatok,  <i>Gyakorlati jellegű példák.</i>  <i>("Nézzük visszafelé" típusú feladatok, rejtett információt tartalmazó feladatok).</i>  <i>(A szokásos mozgási, keverési, munkavégzési</i></p>		

*feladatokkal majd csak a következő évfolyamon foglalkozunk.)*

<b>Kulcsfogalmak</b>	Racionális szám, hatvány – alap, kitevő, valós szám, arány, százalék
----------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Számelmélet, oszthatóság</b>	<b>Órakeret: 24 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	A számelmélet kiválóan alkalmas érdekes feladatok, matematikatörténeti vonatkozások, bemutatására, változatos bizonyítási módszerek (Pl. indirekt bizonyítás, teljes indukció,) bemutatására.	

### **Ismeretek és fejlesztési követelmények**

Számolás maradékokkal.  
Maradékokkal végzett műveletek szabályai.  
*Bizonyítások nélkül.*  
Maradékokon alapuló játékok.  
Négyzetszámok maradékai.  
*(3-as, 4-es, 5-ös, 8-as, 10-es)*

Oszthatósági szabályok.  
Oszthatóság az alap hatványainak osztóival.  
Oszthatóság az alap szomszédjainak osztóival.  
Oszthatóság a fentiek közül valamelyek szorzatával.  
*Indokoljuk is az oszthatósági szabályokat!*

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.  
Számelmélet alaptétele, *(Bizonyítás nélkül)*  
Törztényező felbontás.  
A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös törztényező alakja.

Prímszámokkal kapcsolatos érdekességek. *(Bizonyítások nélkül)*  
Végtelen sok prím van.  
Ikerprím-sejtés.  
Prímek a négyzetszámok szomszédjai között.  
**Prímek a kettő-hatványok szomszédjai között:**  
**Fermat-prímek, Mersenne-prímek.**  
Tökéletes számok.  
Nagy prímekkel kapcsolatos friss eredmények.  
*Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Mersenne, Fermat, Euler.*

<b>Kulcsfogalmak</b>	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.
----------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret: 25 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb	

	felismerése a mindennapi életben.
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Tételek fogalmának elmélyítése. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Esztétikai érzék fejlesztése. Szögekkel, területekkel kapcsolatos problémák megoldása. Háromszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek összegzése.
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>	
Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkídom, sokszög, átlók száma, konvexitás.	
Tételek kölcsönös helyzete. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, pont és sík távolsága. Két egyenes távolsága. Két sík távolsága.	
Alapszerkesztések. <i>Matematikatörténet: Euklidész - Elemek</i>	
A szög. Szögek fajtái. Szögpárok: Csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek. Sokszögek szögösszege. Nevezetes háromszögek: 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek. Területekre vonatkozó tételek, feladatok.	
Távolsággal jellemzett ponthalmazok: - adott tételemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben, - két tételemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben.	
Háromszögek, négyszögek. Háromszögek nevezetes vonalai és körei. (Bizonyítás nélkül.) Négyszögek osztályozása Néhány geometriai alapú játék. <i>Matematikatörténet: Klasszikus geometriai problémák: a körosztás, a kockakettőzés, a szögharmadolás, a kör négyszögesítésének kérdése.</i>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, síkídom, sokszög, test, csúcs, él, lap, merőleges, párhuzamos, szög, kör, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Függvények, sorozatok	Óra- keret: 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Függvények ábrázolása	

	tulajdonságaik alapján. Számítási sorozat, mértani sorozat egyszerű alkalmazása.
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>	
<p>A függvény fogalma. Függvénytulajdonságok. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely. Monotonitás, szélsőérték.</p>	
<p>Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: Elsőfokú függvény, konstans függvény. <i>Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</i></p>	
$\frac{a}{x}$	
<p>Fordított arányosság: <math>f(x) = \frac{a}{x}</math></p>	
<p>Másodfokú függvény. Függvény-transzformációk. <i>Egyszerű esetekben: <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>, <math>-f(x)</math>.</i></p>	
<p>Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. <i>Matematikatörténet: René Descartes.</i></p>	
<p>A sorozat, mint függvény. <i>Sorozatok készítése, vizsgálata.</i></p> <p>A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege.</p> <p>A számtani közép. A mértani sorozat. A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal. Kamatos kamat, mint mértani sorozat. <i>(Csak alapfeladatok.)</i> A mértani közép két változóra. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Kombinatorika, valószínűség	Óra- keret: 14 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Sorbarendezések, kiválasztások felismerése, esetek összeszámolása. A gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Kombinatorika. Sorbarendezési feladatok.</p>		



<p><i>A faktoriális jelölés használata.</i></p> <p>Kiválasztási feladatok.</p> <p>„általános iskolás” módszerrel, képletek nélkül, vagy kevés képlettel.</p> <p>Körmérközéses feladatok.</p> <p>Kombinatorikus geometriai feladatok.</p> <p>Pl. Hány részre osztja a síkot <math>n</math> egyenes?</p> <p>Melyik valószínűbb?</p> <p><i>A valószínűségszámítás témakörnek itt csak az előkészítése történik. Itt még legtöbbször nem azt a kérdést vetjük fel, hogy egy eseménynek mennyi a valószínűsége, csak olyan kérdéseket vizsgálunk, amelyben azt kell eldönteni, hogy két esemény közül melyik a valószínűbb?</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Faktoriális, rendezett halmaz. Gyakoriság, relatív gyakoriság.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Rendszerező ismétlés	Óra- keret: 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Itt a módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése lesz a cél. Mindenkitől elvárjuk, hogy foglalja össze egy-két általa érdekesnek talált módszer, feladattípus, játék stb. lényegét. Ezt az elvárást természetesen már év elején, és év közben többször is elmondjuk, hogy év közben lehessen rá készülni.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Gondolkodási módszerek.</p> <p>Halmazok, logika.</p> <p>Algebra.</p> <p>Számelmélet.</p> <p>Geometria.</p> <p>Függvények, sorozatok.</p> <p>Kombinatorika, valószínűség.</p>		

<b>A fejlesztés várt eredményei a ciklus végén</b>	<p><b>Gondolkodási és megismerési módszerek</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.</li> <li>○ A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, tagadása.</li> <li>○ Néhány bizonyítási módszer ismerete,</li> <li>○ Matematikai alapú játékok stratégiájának megtalálása, a játék elemzése.</li> </ul>
--	--

### **Számelmélet, algebra**

- Az egész számok és a racionális számok fogalma, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése.
- Algebrai egész kifejezések használata, műveletek algebrai egész kifejezésekkel
- Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszerei. Szöveges feladatok – szövegértés, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, azonos alapú hatványok azonosságainak használata feladatmegoldásban.
- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, oszthatósági szabályok alkalmazása, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös alkalmazása.
- Prímszámokkal kapcsolatos tételek, sejtések ismerete.

### **Geometria**

- Geometriai alapfogalmak ismerete, alkalmazása.
- Szögekkel, területekkel kapcsolatos feladatok megoldása.
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek ismerete.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete.

### **Függvények, sorozatok**

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A lineáris függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvény-transzformációk végrehajtása.
- A számtani és mértani sorozat felismerése, a sorozatra vonatkozó összefüggések használata feladatmegoldás során.

### **Kombinatorika, valószínűség**

- Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.

## Gimnáziumi előkészítő évfolyam

### Nyelvi előkészítő évfolyam - heti 2 óra

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A tantárgy a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segíthet a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

Az előkészítő évnél biztosítani kell azokat a tárgyi tudásbeli alapokat, amelyek majd a középiskolai anyag elsajátításához szükségesek. El kell kezdeni kialakítani azt a gondolkodáskultúrát, amely a további sikeres tanulmányokat lehetővé teszi. Talán az előzőeknél is fontosabb, hogy *a matematikához és általában a problémamegoldáshoz olyan pozitív hozzáállást alakítsunk ki, amely a későbbiekben minden tárgy tanulásánál segíthet a nehézségek leküzdésében.* Ennek érdekében az előkészítő évfolyamon a matematika tananyag kiválasztásának legfontosabb célkitűzései:

- Az általános iskolai ismeretek áttekintése, rendszerezése.
- A matematikai és általában a problémamegoldó gondolkodás módszereinek megismerése (pl. logika elemei, általánosítás – analógia, deduktív módszer, indirekt bizonyítás, skatulyaelv).
- A matematikatörténeti vonatkozások kiemelése.
- A matematika szerepének felismertetése az élet különböző területein: játékokban, gazdaságban, művészetekben.

Fontosnak tartjuk, hogy az előkészítő év folyamán ismertessük meg a tanulókat az iskolák könyvtárával, a rendelkezésre álló szakirodalommal, illetve az elektronikus információhordozókkal.

A matematika nagyban segíti a kötelességtudat, a rendszeresség fejlesztését, az önfegyelem kialakítását. A magyar matematikusok teljesítményének, díjainak megismerése fejleszti a nemzeti öntudatot. A közös feladatok megoldása, a csoportmunka fejleszti a társas kapcsolatokat, a munkamegosztás képességét. A matematika jól körülírható követelményei pedig az önértékelést. A tervezési és optimalizációs feladatok segítik a legkevésbé környezetkárosító, a feltételeknek megfelelő legjobb megoldások keresését. A 9. évfolyam igen fontos a pályairányultság kialakulása szempontjából. Az érdeklődést felkeltő témakörök, feladatok nagyban segíthetik a reálpályák felé fordulást. A Sorozatok, százalékszámítás témaköröknek igen fontos szerepe van, segítenek a pénzügyi kompetencia fejlesztésében. Táblázatok, grafikonok elemzése segítheti az információk megértését. A tudományos érdeklődést fejlesztő témakörök pedig az igényes médiaválasztást.

A matematika sajátos tanulási módszereit folyamatosan fejleszteni kell, de a 9. évfolyam sok témaköre (prímszámok, szerkesztések, matematikai játékok) különösen alkalmas az önálló készülés, az önellenőrzés képességének alakítására. A matematika segíti a pontos fogalmazás, a világos indoklás képességét. Ezen az évfolyamon ez már fontos elvárás. Az idegen eredetű szakszavak elemzése, adatok, rövidebb szövegek interneten való keresése kiválóan fejleszti az idegen nyelvi kompetenciát. A megalapozott matematikai ismeretek

biztosítják a fenti kompetenciák folyamatos fejlesztését. A matematikai programok alkalmazása kifejezetten alkalmas a digitális kompetenciák fejlesztésére, az algoritmusok használata pedig ezek értő alkalmazását segíti. Az elemzőkészség fejlesztése - pl. játékok kimeneteleinek elemzése, probléma-megoldási stratégiák megismerése - fontos feladat. A matematika művészetekben való alkalmazása: (szimmetriák, aranymetszés) fejleszti az esztétikai-művészeti tudatosságot és kifejezőképességet.

Az egyik az általános iskolai ismeretekben, a már ott elvárt készségekben jelentkező hiányosságok pótlása, a másik a középiskolában elvárt gondolkodásmódra való felkészítés.

Ha az év elején kiderül, hogy valamely területen nagyobb hiányosságok tapasztalhatók, akkor a 9 évfolyamon lehetőséget kell biztosítani hiányosságok pótlására, a nem megfelelő készségek fejlesztésére. De ez semmiképp ne úgy történjen, hogy a megfelelő általános iskolai agyagot (pl. törtekkel való műveletek) új anyagként újratárgyaljuk. Ne az legyen a kiindulási alap, hogy „Nem tudnak törtekkel számolni”. Tudnak, csak sokat hibáznak, esetleg egy-két dologra nem mindig jól emlékeznek. Ezért a meglévő ismeretekre alapozva érdekes feladatokon gyakoroljunk, és néhány óra után előjönnek az elfelejtett ismertek, csökken a hibaszázalék.

	<b>Tematikus egység</b>	<b>órakeret</b>
1	<b>Gondolkodási módszerek, halmazok, logika</b>	<b>7 óra</b>
2	<b>Algebra.</b>	<b>10 óra</b>
3	<b>Számelmélet</b>	<b>12 óra</b>
4	<b>Geometria</b>	<b>12 óra</b>
5	<b>Függvények, sorozatok</b>	<b>8 óra</b>
6	<b>Kombinatorika, valószínűség</b>	<b>7 óra</b>
7	<b>Ismétlés</b>	<b>6 óra</b>
8	<b>Szabadon választható órakeret</b>	<b>6 óra</b>
	<b>Összesen:</b>	<b>68 óra</b>

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1.Gondolkodási módszerek, halmazok, logika</b>	<b>Óra- keret: 7 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák illetve matematikai tulajdonságok alapján. A	

	<p>halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata. Adatok elhelyezése halmazábrában.</p> <p>Állítások megfogalmazása, összekapcsolása, igazságtartalmuk eldöntése.</p>
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>	
<p>Néhány bevezető probléma.</p> <p>A matematikatanulás bevezetéseként az éves anyagból néhány érdekes problémát vetünk fel, amelyek kedvet csinálhatnak a matematikával való foglalkozáshoz. A problémafelvetés időszakában a kérdések nagyobb részét nyitva hagyjuk, és majd az év közben átismételt, vagy új ismeretek segítségével adunk rájuk választ.</p> <p>A matematika fogalmi rendszere.</p> <p><i>Példák definícióra, tételre, axiómára, sejtésre.</i></p> <p>Halmazok.</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, halmazok uniója, metszete.</p> <p><i>Elemek halmazokba rendezése több tulajdonság alapján</i></p> <p><i>Halmazábra használata.</i></p> <p><i>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</i></p> <p>Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása.</p> <p>Logika elemei.</p> <p>Az „és” a „vagy”, a „ha akkor” és az „akkor és csak akkor” használata.</p> <p>„Bármely” és „Van olyan” használata.</p> <p><i>Állítások megfogalmazása, elemzése a hétköznapi életből és a matematika területéről.</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, komplementer halmaz, unió, metszet.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Algebra	Óra-keret: 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számhalmazok: természetes, egész, racionális, valós – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Törtekekkel való számolás és az egyenletmegoldás biztossá tétele. A számfogalom elmélyítése a számegyenes és a valós számok kapcsolatával.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Egész számok körében végzett műveletek.</p> <p>Műveletek egész számokkal és kifejezésekkel.</p> <p>Műveleti tulajdonságok.</p> <p>Műveletek azonos alapú hatványokkal.</p> <p>Az első n szám összege és kapcsolódó feladatok, pl. számháromszögek.</p> <p style="text-align: center;"><i>Kapcsolat: Sorozatok</i></p>		

<p>Speciális szorzatként a faktoriálisokkal való számolás. Törtekkel való műveletek. Törtek szorzása, osztása, összeadása, kivonása, Számok normál alakja. (Csak felismerés, műveletek gyakorlása nélkül) Mérlegeléssel kapcsolatos feladatok. Pl. 5 súllyal 1 kg-tól hány kg-ig tudunk minden egész kg-ot mérni? Hamis érmék kiválasztása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. Elsőfokú, egy ismeretlenes egyenletek. Mérlegelv. Két ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek megoldása. Százalékszámítás. Százalékszámítás alapjai. Szöveges feladatok százalékszámításra. Szöveges feladatok. Logikai úton, következtetéssel megoldható feladatok, Gyakorlati jellegű példák. ("Nézzük visszafelé" típusú feladatok, rejtett információt tartalmazó feladatok). (A szokásos mozgási, keverési, munkavégzési feladatokkal majd csak a következő évfolyamon foglalkozunk.)</p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Racionális szám, hatvány – alap, kitevő, valós szám, arány, százalék

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelmélet, oszthatóság	Órakeret: 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	A számelmélet kiválóan alkalmas érdekes feladatok, matematikatörténeti vonatkozások, bemutatására, változatos bizonyítási módszerek (Pl. indirekt bizonyítás, teljes indukció,) bemutatására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		
<p>Számolás maradékokkal. Maradékokkal végzett műveletek szabályai. <i>Bizonyítások nélkül.</i> Maradékokon alapuló játékok. Négyzetszámok maradékai. (3-as, 4-es, 5-ös, 8-as, 10-es)</p> <p>Oszthatósági szabályok. Oszthatóság az alap hatványainak osztóival. Oszthatóság az alap szomszédjainak osztóival. Oszthatóság a fentiek közül valamelyek szorzatával. <i>Indokoljuk is az oszthatósági szabályokat!</i></p> <p>Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Számelmélet alaptétele, (Bizonyítás nélkül) Törzstényező felbontás.</p>		

<p>A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös törzstényező alakja. Prímszámokkal kapcsolatos érdekességek. (Bizonyítások nélkül) Végtelen sok prím van. Ikerprím-sejtés. Prímek a négyzetszámok szomszédjai között. Prímek a kettő-hatványok szomszédjai között: Fermat-prímek, Mersenne-prímek. Tökéletes számok. Nagy prímeikkel kapcsolatos friss eredmények. <i>Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Mersenne, Fermat, Euler.</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, a számelmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Óra- keret: 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Térelemek fogalmának elmélyítése. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Esztétikai érzék fejlesztése. Szögekkel, területekkel kapcsolatos problémák megoldása. Háromszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek összegzése.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkídom, sokszög, átlók száma, konvexitás.		
Térelemek kölcsönös helyzete. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, pont és sík távolsága. Két egyenes távolsága. Két sík távolsága.		
Alapszerkesztések. <i>Matematikatörténet: Euklidész - Elemek</i>		
A szög. Szögek fajtái. Szögpárok: Csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek. Sokszögek szögösszege. Nevezetes háromszögek: 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek. Területekre vonatkozó tételek, feladatok.		
Távolsággal jellemzett pontthalmazok: - adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben, - két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben.		



<p>Háromszögek, négyszögek.  Háromszögek nevezetes vonalai és körei.  <i>(Bizonyítás nélkül.)</i>  Négyszögek osztályozása  Néhány geometriai alapú játék.  <u>Matematikatörténet: Klasszikus geometriai problémák: a körosztás, a kockakettőzés, a szögharmadolás, a kör négyszögesítésének kérdése.</u></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap, merőleges, párhuzamos, szög, kör, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Függvények, sorozatok	Óra-keret: 8 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Függvények ábrázolása tulajdonságaik alapján. Számítási sorozat, mértani sorozat egyszerű alkalmazása.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
A függvény fogalma. Függvénytulajdonságok. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely. Monotonitás, szélsőérték.		
Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: Elsőfokú függvény, konstans függvény. <i>Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</i>		
Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$		
Másodfokú függvény. Függvény-transzformációk. <i>Egyszerű esetekben: <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>, <math>-f(x)</math>.</i>		
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. <u>Matematikatörténet: René Descartes.</u>		
A sorozat, mint függvény. <i>Sorozatok készítése, vizsgálata.</i> A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege. A számtani közép. A mértani sorozat. A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal.		

<p>Kamatossági sorozat, mint mértani sorozat. (Csak alapfeladatok.)  A mértani közép két változóra.  <i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>	
<b>Kulcsfogalmak</b>	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Kombinatorika, valószínűség	Óra- keret: 7 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Sorbarendezések, kiválasztások felismerése, esetek összeszámolása. A gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		
<p>Kombinatorika.</p> <p>Sorbarendezési feladatok.  <i>A faktoriális jelölés használata.</i></p> <p>Kiválasztási feladatok.  <i>„általános iskolás” módszerrel, képletek nélkül, vagy kevés képlettel.</i></p> <p>Körmérközépes feladatok.</p> <p>Kombinatorikus geometriai feladatok.  Pl. Hány részre osztja a síkot <math>n</math> egyenes?</p> <p>Melyik valószínűbb?  <i>A valószínűségi számítás témakörnek itt csak az előkészítése történik. Itt még legtöbbször nem azt a kérdést vetjük fel, hogy egy eseménynek mennyi a valószínűsége, csak olyan kérdéseket vizsgálunk, amelyben azt kell eldönteni, hogy két esemény közül melyik a valószínűbb?</i></p>		
<b>Kulcsfogalmak</b>	Faktoriális, rendezett halmaz. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	7. Rendszerező ismétlés	Óra- keret: 6 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.	
<b>Tantárgyi fejlesztési célok:</b>	Itt a módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése lesz a cél. Mindenkitől elvárjuk, hogy foglalja össze egy-két általa	

	érdekesnek talált módszer, feladattípus, játék stb. lényegét. Ezt az elvárást természetesen már év elején, és év közben többször is elmondjuk, hogy év közben lehessen rá készülni.
--	---

<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>	
	<p>Gondolkodási módszerek.  Halmazok, logika.  Algebra.  Számelmélet.  Geometria.  Függvények, sorozatok.  Kombinatorika, valószínűség.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei a ciklus végén</b></p>	<p><b><u>Gondolkodási és megismerési módszerek</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.</li> <li>○ A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, tagadása.</li> <li>○ Néhány bizonyítási módszer ismerete,</li> <li>○ Matematikai alapú játékok stratégiájának megtalálása, a játék elemzése.</li> </ul> <p><b><u>Számelmélet, algebra</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Az egész számok és a racionális számok fogalma, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése.</li> <li>○ Algebrai egész kifejezések használata, műveletek algebrai egész kifejezésekkel</li> <li>○ Elsőfokú, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszerei. Szöveges feladatok – szövegértés, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére</li> <li>○ Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, azonos alapú hatványok azonosságainak használata feladatmegoldásban.</li> <li>○ Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.</li> <li>○ Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, oszthatósági szabályok alkalmazása, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.</li> <li>○ Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös alkalmazása.</li> <li>○ Prímszámokkal kapcsolatos tételek, sejtések ismerete.</li> </ul> <p><b><u>Geometria</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Geometriai alapfogalmak ismerete, alkalmazása.</li> <li>○ Szögekkel, területekkel kapcsolatos feladatok megoldása.</li> <li>○ Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.</li> </ul>
---	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek ismerete.</li> <li>○ A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete.</li> </ul> <p><b><u>Függvények, sorozatok</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.</li> <li>○ A lineáris függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).</li> <li>○ Egylépéses függvény-transzformációk végrehajtása.</li> <li>○ A számtani és mértani sorozat felismerése, a sorozatra vonatkozó összefüggések használata feladatmegoldás során.</li> </ul> <p><b><u>Kombinatorika, valószínűség</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.</li> <li>○ A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.</li> </ul>
--	---

## 9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel

kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

**A 9–10. évfolyamon a matematika tantárgy összes óraszámja 204 óra.**

**Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.**

#### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt összes óraszám	Óraszám 9. évfolyamon	Óraszám 10. évfolyamon
Halmazok	10	10	0
Matematikai logika	10	0	10
Kombinatorika, gráfok	12	0	12
Számhalmazok, műveletek	8	4	4
Hatvány, gyök	14	8	6
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	10	10	0
Arányosság, százalékszámítás	12	12	0
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	18	18	0
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	12	0	12
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	16	16	0
Geometriai alapismeretek	8	8	0
Háromszögek	16	16	0
Négyszögek, sokszögek	10	0	10
A kör és részei	10	0	10
Transzformációk, szerkesztések	20	0	20
Leíró statisztika	10	0	10
Valószínűség-számítás	8	0	8
<b>Összes óraszám:</b>	<b>204</b>	<b>102</b>	<b>102</b>

#### Részletes tematika a 9. évfolyamon:

**TÉMAKÖR:** Halmazok

**ÓRASZÁM:** 10 óra

**TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével
- Szemléletes kép végtelen halmazokról

#### **FOGALMAK**

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram;  
halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok,  
halmaz elemszáma, logikai szita

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

### **TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek**

**ÓRASZÁM: 4 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közöséges tört alakban is felír;

- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprokok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átirása közösleges tört alakba és viszont
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

#### FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprokok

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

#### TÉMAKÖR: Hatvány, gyök

**ÓRASZÁM: 8 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése

- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

#### FOGALMAK

hatványalap, hatványkitevő, normálalak

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajteni egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

### **TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az  $(a + b)^2$ , az  $(a - b)^2$  és az  $(a + b)(a - b)$  kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával

#### FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének,  $99 \cdot 101$  típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

### **TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás**

**ÓRASZÁM: 12 óra**



## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

## FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

## FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységárak és fizetendő összegek figyelembevételével

## TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

ÓRASZÁM: 18 óra

## TANULÁSI EREDMÉNYEK

### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi.

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;

- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvel és grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréssel kapcsolatos feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

#### FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelvel

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

### **TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok**

**ÓRASZÁM: 16 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;

- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és fogyás leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, négyzetgyökfüggvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása:  $f(x) + c$ ,  $f(x + c)$ ,  $c \cdot f(x)$ ,  $|f(x)|$
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az  $f(x) = c$  alapján  $x$  meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

#### FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

#### TÉMAKÖR: Geometriai alapismeretek

## **ÓRASZÁM: 8 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögparok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögparok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező mint ponthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

### **FOGALMAK**

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

## **TÉMAKÖR: Háromszögek**

### **ÓRASZÁM: 16 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;

- kiszámítja háromszögek területét.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

#### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

#### **FOGALMAK**

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör

#### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában

### **Részletes tematika a 10. évfolyamon:**

#### **TÉMAKÖR: Matematikai logika**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;

- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása
- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

#### FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Bírósági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

### TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

ÓRASZÁM: 12 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetsztékválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában

- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

### FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámolással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal
- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

### TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

ÓRASZÁM: 4 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tizedes törtek átírása közös nevezőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

### FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

## **TÉMAKÖR: Hatvány, gyök**

**ÓRASZÁM: 6 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai

### **FOGALMAK**

négyzetgyök,  $n$ -edik gyök

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajteni egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése például egy teljes guriga vécépapírral
- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóság tartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

## **TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek**

**ÓRASZÁM: 12 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása



- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{x+c} = ax+b$

## FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

## TÉMAKÖR: Négyzetek, sokszögek

ÓRASZÁM: 10 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása
- Szabályos sokszög fogalmának ismerete
- Szabályos sokszög területe átdarabolással

## FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

#### TÉMAKÖR: A kör és részei

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

#### FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

## **TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések**

**ÓRASZÁM: 20 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;
- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükörképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltolját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságaik
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

### **FOGALMAK**

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában
- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

#### **TÉMAKÖR: Leíró statisztika**

**ÓRASZÁM: 10 óra**

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

## FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján
- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

## TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

ÓRASZÁM: 8 óra

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

## FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

## JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a

- kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
  - Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
  - Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

## 11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazzák matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy javasolt óraszámja 186 óra.

Intézményünk tantestülete úgy döntött, hogy a 12. évfolyamon a szabad órakeretből heti plusz 1 órát a matematika tantárgy oktatására fordítunk, így a 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy összes óraszámja 222 óra.

Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 48 óra (12 hét) áll rendelkezésre.

#### A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt összes óraszám	Óraszám 11. évfolyamon	Óraszám 12. évfolyamon
Halmazok, matematikai logika	6	0	6
Kombinatorika, gráfok	10	16	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	14	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12	18	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12	14	0
Sorozatok	18	0	18
Trigonometria	14	20	0
Térgeometria	20	0	20
Koordinátageometria	14	20	0
Leíró statisztika	12	0	12
Valószínűség-számítás	16	0	16
Rendszerező összefoglalás	38	0	48
<b>Összes óraszám:</b>	<b>186</b>	<b>102</b>	<b>120</b>

#### Részletes tematika a 11. évfolyamon:

##### **TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok**

**ÓRASZÁM: 16 óra**

##### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

### FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Anagramma készítése a tanulók neveiből
- A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátssza, a tapasztalatok összegyűjtése

## **TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése**

**ÓRASZÁM: 14 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatóság szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényező felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra



- Számhalmazok műveleti zártsága

### FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
- Tanulói kiselőadás a 10-esről különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

## **TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus**

**ÓRASZÁM: 18 óra**

### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és alkalmazza az  $n$ -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az  $n$ -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

### FOGALMAK

$n$ -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével

- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

## **TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata**

**ÓRASZÁM: 14 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

### **FOGALMAK**

Nincsenek új fogalmak.

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

## **TÉMAKÖR: Trigonometria**

## **ÓRASZÁM: 20 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

### **FOGALMAK**

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

## **TÉMAKÖR: Koordinátageometria**

### **ÓRASZÁM: 20 óra**

#### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete  $y = mx + b$  vagy  $x = c$  alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

### FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában

- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

## Részletes tematika a 12. évfolyamon:

### TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

ÓRASZÁM: 6 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

#### FOGALMAK

logikai műveletek

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

### TÉMAKÖR: Sorozatok

ÓRASZÁM: 18 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

##### A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

##### A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n-edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;

- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- Mértani sorozat, az  $n$ -edik tag, az első  $n$  tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első  $n$  tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

#### FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

### TÉMAKÖR: Térgeometria

ÓRASZÁM: 20 óra

#### TANULÁSI EREDMÉNYEK

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, úrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;

- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása mérésrel és számításal
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

#### FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Hétköznapi tárgyak (üdítődoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása mérésrel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpiramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése mérésrel

- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

## **TÉMAKÖR: Leíró statisztika**

**ÓRASZÁM: 12 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

### **FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK**

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

### **FOGALMAK**

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

### **JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK**

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

## **TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás**

**ÓRASZÁM: 16 óra**

### **TANULÁSI EREDMÉNYEK**

#### **A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**



- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

#### FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

#### FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

#### JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetek, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

### EMELT SZINTŰ KÉPZÉS A 11 – 12. ÉVFOLYAMON

Az emelt szintű érettségi vizsgára való felkészítéshez a részletes érettségi vizsgakövetelmények az irányadóak, ezekhez nem készült kerettanterv, így a helyi tantervben sem részletezzük a tananyagot, hanem az érettségi vizsgakövetelményeknél

leírtakat követjük a tanítás során.

A középszintű ismereteken és fejlesztési követelményeken túlmutató, az emelt szintű vizsga anyagát képező matematikai fogalmak, módszerek és eljárások tematikai egységenkénti követelményrendszere az alábbiakban olvasható:

### Gondolkodási módszerek

- *Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk (ismétléses és ismétlés nélkül), kombinációk (ismétléses és ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.*
- *Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt*
- *Feladatok megoldása gráfokkal.*
- *Definiálja a következő fogalmakat: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.*
- *Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma, valamint a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.*
- *Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt, indirekt bizonyítás, skatulyaelv.*
- *Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.*

### Számтан, algebra

- *Értelmezési tartomány, értékészlet-vizsgálat, szorzattá alakítással megoldható, összetett feladatok.*
- *Két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.*
- *Első és másodfokú paraméteres egyenletek.*
- *Két és három ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek.*
- *Két ismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszerek.*
- *Igazolja: a másodfokú egyenlet megoldóképletét, a gyökök és együtthatók közötti összefüggést.*
- *Permanencia elv, irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.*
- *A hatványozás azonosságainak bizonyítása egész kitevőre.*
- *A logaritmus azonosságainak igazolása.*
- *Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazokra.*
- *Számelmélet alaptétele.*
- *Tudjon számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú számrendszerbe.*
- *Tudja, hogy mit értünk műveletekre zárt számhalmazon.*
- *Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.*
- *Bizonyítsa, hogy a  $\sqrt{2}$  irracionális szám.*
- *Ismerje az aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus középértékeket, nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket.*
- *Bizonyítsa a számtani és mértani közép összefüggésére vonatkozó tételt, tudjon megoldani erre vonatkozó feladatokat.*
- *Abszolút értékes egyenletek algebrai megoldása.*
- *Tudja alkalmazni az  $a^n - b^n$ , ill.  $a^n + b^n$  kifejezés szorzattá alakítását.*

- Tudjon megoldani egyszerű négyzetgyökös, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenlőtlenségeket.

### Függvények, sorozatok

- Összetett függvény fogalma
- Tudja az alapvető függvénytani alapfogalmak pontos definícióit.
- Ismerje és alkalmazza a függvények leszűkítésének és kiterjesztésének fogalmát.
  - Használja a konvex, konkáv, korlátosság fogalmának használata függvények jellemzésekor.
  - Függvény-transzformáció.
  - Egyszerűbb másodfokúra vezető függvény-transzformációk.
- Ismerje a végesben vett véges és végtelen, valamint a végtelenben vett véges és végtelen határérték fogalmát.
- A folytonosság szemléletes fogalma.
- Tudja a differencia- és differenciáhányados definícióját.
- Alkalmazza az összeg konstans-szoros, szorzat- és hányados-függvény deriválási szabályait.
- Egyszerűbb esetekben az összetett függvény deriválása.
- Tudja bizonyítani a hatványfüggvény deriválási szabályát természetes kitevőre.
- Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.
- Alkalmazza a differenciálszámítást:
  - érintő egyenletének felírására
  - szélsőérték-feladatok megoldására
  - polinom-függvények vizsgálatára
- Sorozat jellemzése/korlátosság, monotonitás/, a konvergencia szemléletes fogalma.
- Rekurzív képlet.
- Bizonyítsa a számtani és mértani sorozat általános tagjára és első  $n$  elemének összegére vonatkozó képleteket.
- Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.
- Tudjon gyűjtőjárdékot és törlesztő részletet számolni.
- Tudja ábrázolni az alapvető függvények transzformáltjainak grafikonját  $/cf(ax+b) + d/$
- Ismerje és tudja ábrázolni a természetes kitevőjű hatványfüggvényeket.
- Tudjon a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényt képezni.
- Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.
- Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz tételt.
- Tudjon polinom-függvények, illetve szinusz- és koszinusz-függvény grafikonja alatti területet számolni.

### Geometria, mérés

- A skaláris szorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása
- Sinus, cosinus tétel bizonyítása.
- Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

- *Egyszerű feladatokban tudja alkalmazni az addíciós tételeket.*
- *A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása,*
- *Körív, körcikk területe /bizonyítással/.*
- *Szakasz felezőpontja, harmadoló pontja, a háromszög súlypontja /bizonyítás/*
- *Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban.*
- *A kör egyenletének levezetése.*
- *A kör és a két ismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata*
- *Két kör kölcsönös helyzete, metszéspont. Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.*
- *Parabola fogalma.*
- *A parabola  $x = 2py$  alakú egyenletének levezetése.*
- *Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.*
- *Alakzatok távolságának értelmezése.*
- *Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira pontjaira és köreire vonatkozó tételeket /körülrírt és bírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal.*
- *Bizonyítsa Pitagorasz tételét és megfordítását.*
- *Bizonyítsa a magasság és befogótételt.*

### **Valószínűség, statisztika**

- *Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot.*
- *Tudjon hisztogramot készíteni, és adott hisztogramról információt leolvasni.*
- *Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.*
- *A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.*
- *Geometriai valószínűség.*
- *A binomiális eloszlás /visszatevéses modell/ és  $s$  hipergeometriai eloszlás /visszatevés nélküli modell/ tulajdonságai és ábrázolása.*
- *Várható érték, szórás fogalma és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.*
- *A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paraméterének ismeretében.*

## **IV. Ellenőrzés, értékelés**

### **1.) Szóbeli ellenőrzés:**

- Feleltetés
- Referátum

- Szóbeli érettségi tétel előadása (Emelt szinten)

## **2.) Írásbeli ellenőrzés:**

- Táblai munka
- Referátum
- Kisdolgozat
- Témazáró dolgozat
- „Próba-érettségi” dolgozat
- Célnyelvi szódolgozat

## **3.) Értékelési rendszerünk:**

Minden félévben a heti óraszám másfélszeresét el kell érje az érdemjegyek darabszáma, azaz:

9/ny és 9/kny: 3 db jegy / félév

9/AJTP: 6 db jegy / félév

7 – 8 – 9 – 10 – 11. évfolyam: 5 db jegy / félév

12. évfolyam: 6 db jegy / félév

A félévi ill. az év végi érdemjegy a szóbeli és írásbeli eredmények súlyozott átlagával számítandó. (A témazáró dolgozatok valamint a próba-érettségi jegyek dupla súllyal, a többi jegy – röpdolgozat, felelet, stb. – egyszeres súllyal kerül súlyozásra.)

Elégséges osztályzatot 2,00-tól kell adni, a többi jegynél 51 századtól kell felfelé kerekíteni.

## **V. Követelmények**

Követelményrendszerünk megegyezik a hatályban lévő közép- illetve emelt szintű érettségi vizsga követelményeivel, azokon egyik képzési ágban sem mutat túl.

## **VI. Eszközök, tankönyvek, személyi feltételek**

### **1.) Tanári eszközök:**

Zsebszámológép

Laptop

Jogtiszta szoftverek

Digitális tábla (internet-csatlakozással, projektorral)

Táblai körző, vonalzó, szögmérő

Dobókockák, kártya

Testmodellek (műanyag makett-készlet, illetve házi készítésű papírtetek)

Tankönyvek

Könyvtári példatárak

Megfelelő számban fénymásolt dolgozatok, érettségi feladatsorok

## **2.) Tanulói eszközök:**

Zsebszámológép  
Laptop, PC vagy okostelefon a digitális kapcsolattartáshoz  
Körző, vonalzó, szögmérő  
Színes ceruzák  
Füzet  
Feladatgyűjtemények, függvénytáblázat

## **3.) Tankönyvek:**

A matematikaoktatáshoz nem rendelünk tankönyvet. A „Matematikai, fizikai, kémiai összefüggések - Négyjegyű függvénytáblázatok” című, érettségi vizsgán is használható segédanyagra alapozva tanítjuk meg az elméleti anyagot; a gyakorló példákat különböző feladatgyűjteményekből, illetve az OM honlapján nyilvánosságra hozott érettségi feladatsorokból merítjük. A tananyagot a távoktatási rendszerben csak digitális formában osztjuk meg diákokkal, de rendes körülmények között is élünk ezzel a lehetőséggel.

## **4.) Digitális háttér:**

A moodle.psgsuli.hu rendszer használata minden tanár és diák számára kötelező, amikor járványügyi (vagy egyéb hasonló okokból) távoktatási rendszerben működik az iskola. Rendes tanítási körülmények között is javasolt e rendszer használata a mindennapi kapcsolattartásra.

## **5.) Személyi feltételek:**

Gimnáziumunkban matematika tanár szakos egyetemi oklevéllel rendelkező pedagógusok taníthatják a matematika tantárgyat. A két tanítási nyelvű osztályokban, ahol német nyelven történik a matematika tárgy oktatása, ezt a feladatot csak olyan matematika szakos kolléga láthatja el, aki egyben német nyelvi szakot is végzett.