

MATEMATIKA

Helyi tanterv

(az 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet
alap óraszámú gimnáziumi kerettanterve alapján)

2019

I. CÉLOK

I./A A MATEMATIKAOKTATÁS CÉLJA

A matematikatanítás célja, feladata a tanulók önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. Mindezt az a folyamat biztosítja, amelynek során fokozatosan kiépítjük a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása), és a tanultakat változatos területeken alkalmazzuk. A problémák felvetése tegye indokolttá a tanulók számára a pontos fogalomalkotást. Ezek a folyamatok váljanak a tanulók belső, felfedező tanulási tevékenységének részévé.

Mindez fejleszti a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. A célszerű, új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, a problémahelyzetek önálló, megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását.

A matematikai nevelés sokoldalú eszközökkel fejleszti a tanulók matematizáló, modellalkotó tevékenységét, kialakítja a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét, megmutatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, szakközépiskolákban a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. A lehetőségekhez igazodva támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor, Internet stb.) célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat.

Fontos, hogy a tanulók képessé váljanak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. Törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. Ebben a törekvésben fontos terület a matematika alkalmazásának, eszköz jellegének sokoldalú bemutatása, és a tanításban való érvényesítése.

Az általános iskolai tanításhoz képest egyre inkább hangsúlyt kap a tárgy deduktív jellege, de továbbra sem nélkülözhető a szemléltre és tevékenységre épülő feldolgozás sem.

A tanulók váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére.

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy a megfelelő nevelő, orientáló és irányító funkciók ellátásával lehetőleg hiteles – ezért egységes, összefüggő – képet nyújtson a matematikáról mint kész tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési tevékenységről, szellemi magatartásról. A matematikatanítás érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja és gazdagítja a személyiséget, a gondolkodást, és alkalmazásra érett tudásokat hoz létre. A matematikai gondolkodás területeinek fejlesztésével emeli a gondolkodás általános kultúráját. A matematikatanítás szerepe a matematika különböző arculatainak bemutatása és érvényre juttatása: kulturális örökség, gondolkodásmód, alkotótevékenység, a gondolkodás örömeinek forrása, a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője, maga is tudomány, egyben egyéb tudományok és az iskolai tantárgyak segítője, a mindennapi élet és a szakmák eszköze.

A műveltségi terület a matematika különböző témaköreinek szerves összeépülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A matematikai fogalmak, összefüggések érlelése és a gondolkodásmód kialakítása az egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokolja – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását egyaránt.

A műveltségi terület céljainak, feladatainak megvalósíthatóságát az 1–6. évfolyam fejlesztési tevékenysége meghatározó jelleggel alapozza meg. Ezért alapvető fontosságú, hogy a későbbi fokozatok tanárai ismerjék és mélyen értsék az ott folyó fejlesztés jellegét és részleteit.

Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció egyre nagyobb szerepet kapjon. Az életkori szakaszok folyamatában a differenciálásnak is egyre nagyobb szerepet kell kapnia. A differenciálás nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti (tananyag-kiválasztás és -strukturálás, módszerek, eszközök,

segítségadás stb. alkalmazásában). Sokszor az alkalmazhatóság vezérelheti a tananyagnak és tárgyalásmódjának a megválasztását az egész csoport számára, más esetekben esetleg a tudományos igényesség szintje szerint differenciál a tanító, tanár, de mindig a tanuló életkorának megfelelő módon, mértékben és szinten.

A kulcskompetenciáknak megfelelően a matematika műveltségi terület fejlesztésének kiemelt területe a biztos számolási tudás alakítása. Ugyancsak nagy gondot fordítunk a kommunikáció fejlesztésére: mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatása, megértése; saját gondolatok közlése; a jelenségek értelmezéséhez illeszkedő érvek keresése; az érveken alapuló vitakészség fejlesztése.

A matematikai fejlődés és a tanulási folyamat során alapvető jelentőségű a jelenségekhez illeszkedő modellek, gondolkodásmódok (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszerek (aritmetikai, algebrai, geometriai, koordináta geometriai, statisztikai stb.) és leírások kiválasztásának és alkalmazásának tudása. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. A reprodukív és a problémamegoldó, alkotó gondolkodásmód fejlesztése egyaránt lényeges. Emellett azonban nem szorul háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése, a matematikai ismeretek gyakorlati alkalmazása. A műveltségi terület tanulása során elérhető a matematika szerepének megértése a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában, a döntésképesség fejlesztésében. Mindez hozzájárul a történeti szemléletmód kialakításához is.

Eközben érték a pontos, kitartó, fegyelmezett munkavégzés; az önellenőrzés igénye, módszereinek megismerése és alkalmazása, a tanulás, a matematikatanulás szokásainak, képességének alakítása; a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete.

A matematika értékeinek és eredményeinek megismerése azt eredményezheti, hogy a tanulók hatékonyan tudják használni megszerzett kompetenciáikat az élet különböző területein.

E felsorolt célok, értékek és kompetenciák a matematika műveltségterületen a következő formában jelennek meg:

1. Tájékozódás
 - 1.1. Tájékozódás a térben
 - 1.2. Tájékozódás az időben
 - 1.3. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban
2. Megismerés
 - 2.1. Tapasztalatszerzés
 - 2.2. Képzelet
 - 2.3. Emlékezés
 - 2.4. Gondolkodás
 - 2.5. Ismeretek rendszerezése
 - 2.6. Ismerethordozók használata
3. Ismeretek alkalmazása
4. Problémakezelés és -megoldás
5. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás
6. Akarati, érzelmi, önfejlesztő képességek és együttéléssel kapcsolatos értékek
 - 6.1. Kommunikáció
 - 6.2. Együttműködés
 - 6.3. Motiváltság
 - 6.4. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás
7. A matematika épülésének elvei

A fenti fejlesztési területeket a matematika tanítása során tudatosan kell terveznünk. Ennek a fejlesztésnek nem mennyiségi, hanem a tanulók tempójához igazodó minőségi fejlesztésnek kell lennie. Természetesen nem lehet valamennyi fejlesztési cél mindig egyaránt hangsúlyos. A tanár egy-egy tevékenység során a helyzetnek megfelelően választja meg azokat, amelyeket kiemelten kíván követni.

A matematika kerettantervének új vonásai:
a modellalkotás, matematizálás jelentőségének növekedése;
a matematika alkalmazási terének növekedése;

egyensúly a matematika belső struktúrájának kiépítése és a tanultaknak a mindennapi életben, más tárgyakban való felhasználása, eszközként való alkalmazása között;
a modern oktatási, tanulási technológiák beépítése a mindennapi iskolai oktatási, nevelési tevékenységbe.

I./B FEJLESZTÉSI FELADATOK

Az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása, a matematikai szemlélet fejlesztése

A középiskolai tanulmányok során a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmak megerősítésére, bizonyos fogalmak definiálására, általánosítására kerül sor. A különböző témakörökben megismert összefüggések feladatokban, gyakorlati problémákban való alkalmazása, más témakörökben való felhasználhatóságának felismerése, alkalmazásképes tudása fejleszti a tanulók matematizáló tevékenységét.

Az időszak végére szükség van a valós számkör biztos ismeretére, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása. Műveleteket az algebrai kifejezések és a vektorok körében is értelmezünk és használunk.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

A geometriai ismeretek bővülése, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása fejleszti a dinamikus geometriai szemléletet. A trigonometriai számítások a gyakorlat szempontjából fontosak (távolságok, szögek meghatározása számítás útján). A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg. A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...” az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Gyakorlottság a matematikai problémák megoldásában, jártasság a logikus gondolkodásban

A problémaérzékenységre, a problémamegoldásra nevelés fontos feladatunk. Ehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése, s az hogy a tanulók minél többször önállóan oldjanak meg feladatokat. Aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban.

A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a logikus gondolkodást is fejleszti.

Hasznos az élet és a különböző tudományok megértéséhez (a társadalomtudományokéhoz is) a gyakorlatban fontos témák megismerése, pl. a geometriai számítások, a leíró statisztika és valószínűség-számítás elemeinek alkalmazása. Ez megmutatja a tanulók számára a matematika használhatóságát. El kell érniük, hogy az érettségi előtt állók e területen bizonyos gyakorlottságra tegyenek szert.

Az elsajátított megismerési módszerek és gondolkodási műveletek alkalmazása

A matematikatanításban az induktív módszer mellett nagyobb szerepet kapnak a deduktív következtetések is. A tanítandó anyagban sejtéseket fogalmazzunk (fogalmazzatunk) meg, melyek néhány lépésben bizonyíthatók vagy megcáfolhatók. Tanításunkban fontos a bizonyítás iránti igény felkeltése. Sor kerül néhány egyszerű tétel bizonyítására, bizonyítási módszerek megismerésére, valamint a fogalmak, szabályok pontos megfogalmazására. A matematikatanításban alapvetően fontos az absztrakciós képesség fejlesztése.

Az érettségi előtti rendszerező összefoglaláskor a matematika komplexitását mutatja meg az elemi halmazelméleti és logikai ismeretek alkalmazása különböző témakörökben, valamint egyszerű modellek (pl. gráfok) szerepeltetése.

A logikus gondolkodás a problémamegoldásban, az algoritmikus eljárások során és az alkalmazásokban egyaránt lényeges. A matematika különböző területein néhány lépéses algoritmus készítése az informatika tanulmányozásához is fontos.

Természetesen ezen időszakban is elengedhetetlen a szemléltető ábrák és egyéb eszközök alkalmazása nemcsak a geometriában (trigonometriában), hanem a kombinatorikában és a statisztikában is. Az adatsokaságok különböző jellemzési lehetőségeinek megismertetésével ezen a téren is fejlesztjük az alkalmazásképes tudást.

Helyes tanulási szokások fejlesztése, a matematikatanulás szokásainak, képességének kialakítása

A gyakorlati számítások során alkalmazott újabb ismeretek egyre fontosabbá teszik az elektronikus eszközök célszerű használatát.

A közelítő értékekkel való számoláshoz különösen elengedhetetlen a becslés, a kerekítés, az ellenőrzés különböző módjainak alkalmazása, az eredmény realitásának eldöntése.

A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását.

A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A helyes érvelésre szoktatással sokat tehet (és tesz is) a matematikatanítás a kommunikációs készség fejlesztéséért.

Fontos elárnünk, hogy a tanulók meg tudják különböztetni a definíciót, a sejtést és a tételt. Matematikatudásról akkor beszélhetünk, ha a definíciókat, tételeket alkalmazni is tudja a tanuló.

Nem hagyhatjuk figyelmen kívül, hogy a matematika a kultúrtörténet része. Komoly motiváció lehet tanításunkban a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok élete, munkássága. Ehhez segítséget ad a könyvtár és az Internet használata is.

I./C A MATEMATIKATANÍTÁSBAN ALKALMAZHATÓ KOMPETENCIARENDSZER

Az előbb bemutatott kulcskompetenciák csak az iskolarendszer egészében valósulhatnak meg, de minden tantárgynak részt kell vállalnia benne. Hogy tanítványaink rendelkezzenek a tudatos, értelmes és tevékeny állampolgári létehez szükséges képességekkel, hosszú évek kitartó fejlesztő munkájára van szükség. A fejlesztő munka kifejezésben benne van, hogy szisztematikusan és fokozatosan egymásra épülő rendszerben valósulhat csak meg. Az egyik tanuló korábban, a másik később lép egy-egy képességterület következő szintjére. Azonban a folyamat soha nem zárul le, a képességek mélyülnek, finom adnak, differenciálódnak. Ebből következik, hogy fejlesztésük mindig (minden évfolyamon, minden témakörben, minden közösségben) aktuális. A következő táblázat felsorolja azokat a tevékenységeket, amelyek egy-egy kulcskompetencia fejlesztését szolgálják. Természetesen nem lehetnek teljes körűek, a válogatás csak azokat a kompetenciaterületeket tartalmazza, amelyek kapcsolatba hozhatók a matematikatanítással.

Kulcskompetencia	Kompetenciaterület
Anyanyelven folytatott kommunikáció	Szóbeli kifejezőképesség - Saját elképzelések spontán elmondása, kötetlen beszélgetés a csoportban; - Feladatmegoldásra irányuló megbeszélések; - Kérdés megfogalmazása; - Kritika megfogalmazása; - Konzultáció a környezetünkben lévő emberekkel; - Szerkesztett beszámoló, előadás összeállítása és elmondása; - Álláspont és vélemény megfogalmazása, ütköztetése, megvédése, vitában való érvelés.
	Írásbeli kifejezőképesség - Feljegyzés, jegyzet, vázlat készítése; - Írásos válaszadás; - Írásbeli beszámoló készítése;
	Kommunikációértékelés: - Saját és társkommunikáció-értékelés a hatékony feladatmegoldás szempontjából; - A kommunikáció fejlesztése az értékelés figyelembevételével.
Idegen nyelveken folytatott kommunikáció	Szóbeli és írásbeli kommunikáció a tanult idegen nyelveken.

Digitális kompetencia Természettudományos és műszaki kompetenciák	Információkezelés és -feldolgozás - Az alkalmazható információforrások összegyűjtése, kritikai válogatása; - Szöveges információk értelmezése, szövegértés; - A megfigyeléssel, vizsgálódással, méréssel és számítással szerzett információk rögzítése, értelmezése, felhasználása; - Ábrák, álló-, mozgóképek, grafikonok értelmezése, átalakítása; - Információk rendszerezése kezelésük és feldolgozásuk segítése érdekében; - Információk feldolgozása ábrázolással; - Képi információ előállítás rajzolással, álló- és mozgókép készítésével; - Számítógépes információs és kommunikációs technológiák alkalmazása; - Multimédia és prezentáció készítése; - Kommunikálás és részvétel együttműködő hálózatokban az interneten keresztül.
	Információs és kommunikációs technológia alkalmazása A technológia adott feladathoz, célhoz illeszkedő kiválasztása és alkalmazása.
	Mérés, számítás - Adatok és adatsorok kezelése, felhasználása, adatok feldolgozása; - Mérhető jellemzők megállapítása, mérőeszközök, -rendszerek alkalmazása; - Mérés a megismerési folyamat tudományos jellegének erősítése céljából.
	Megfigyelés és vizsgálódás - Rendszerekkel, jelenségekkel kapcsolatos, beavatkozás nélküli információgyűjtés előzetes elképzelés, szempont alapján; - Állapotleírás. Változás, folyamat, kölcsönhatás követése és leírása; - Eszközök használata, eredmények rögzítése.
	Kísérletezés Kialakított kísérleti rendszerek vizsgálata egy megismerési cél elérése érdekében.
Matematikai kompetenciák	Stratégiai tervezés Rendszerszerű, tudatos és távlatos tervezés, irányítás és végrehajtás.
	Analógia-felismerés, kapcsolatba hozás, példakeresés - A rendszerrel, változással vagy folyamatípussal fennálló hasonlóság felismerése, kialakítása, azokra példák keresése; - A tananyag és a mindennapi valóság közötti kapcsolat felismerése; - A tudáselemek közötti kapcsolatok keresése, felismerése és felhasználása.
	Alternatíva-állítás - A feladat vagy a probléma lehetséges megoldási módjainak áttekintése; - A megszokott gyakorlattól eltérő javaslatalkotás.
	Kreatív gondolkodás A célnak megfelelő gondolkodás megválasztása (indíték, feltárás: divergens gondolkodás, késleltetett döntés, kivárás, tervezés, megvalósítás, értékelés).

Matematikai kompetenciák	<p>Kritikai gondolkodás</p> <ul style="list-style-type: none"> - A feladat megoldásakor kérdések, stratégia és válaszok, elméletek megfogalmazása (kérdések, érvelés, a tapasztalatok rendszerezése, összegzés, értékelés); - A saját kérdések, stratégiák és válaszok kritika alá vonása.
	<p>Problémamegoldás</p> <p>A tudás alkalmazása, bővítése a problémahelyzetek felismerésében, megoldásában (helyzetelemzés, alternatív megoldások keresése, megvalósítás, értékelés).</p>
	<p>Térbeli tájékozódás</p> <ul style="list-style-type: none"> - A térbeli intelligencia tudatos fejlesztése. - Térszemlélet fejlesztése, geometriai testek ábrázolása többféle nézetből - Síkmetszetek ábrázolása
	<p>Időbeli tájékozódás</p> <ul style="list-style-type: none"> - Az idő jelentőségének felismerése; - Időrendi összehasonlítások, időnagyságrendek felismerése; - Hosszabb időtávra kitekintő (múltba néző és jövőbe tekintő) szemléletmód a folyamatokkal kapcsolatban.
	<p>Függvényfogalom kialakítása</p> <p>Változó és függvényérték kapcsolata, grafikus megjelenítés, diagramok értelmezése, grafikus manipulációk felismerése</p>
	<p>Lényegkiemelés</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fogalom-felismerés és definíció-alkotás; - Az állapotot, változást, folyamatot leíró adatok, jellemzők csoportosítása, sorba rendezése, a megoldás szempontjából lényeges elemek kiemelése.
	<p>Összehasonlítás</p> <p>Állapotok közötti azonosságok, különbségek megállapítása és magyarázata.</p>
	<p>Osztályozás és rendszerezés</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hasonlóságcsoportokba sorolás; - Osztályozással kialakított csoportok közötti összefüggések, kapcsolatok feltárása, megjelenítése; - Anyagi és fogalmi rendszerek leírása, megjelenítése.
	<p>Rendszerszemlélet</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rendszerek vizsgálata részekre bontással, kapcsolatelemzéssel; - Rendszerek egymásba épülésének követése, szerveződési szintek felismerése; - A rendszer és környezete kapcsolatának megismerése.
	<p>Oksági (logikai) gondolkodás</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ok-okozati összefüggések felismerése és ábrázolása; - Rendszerállapotok, változások, folyamatok okainak keresése.

Matematikai kompetenciák	Általánosítás és modellalkotás - A valóságban tapasztalt jelenségek, folyamatok, események leegyszerűsítése, tipizálása, általánosítása; - Állapotot, változást, folyamatot leíró, magyarázó elképzelések, modellek kidolgozása, közlése és bemutatása.
	Valószínűségi szemlélet Összetett rendszerek viselkedésének magyarázata becslések, előrejelzések alapján.
Kulturális tudatosság és kifejezőképesség	Esztétikai érzék, harmónia - Esztétikai élmények hatékony befogadása; - A szépségélmény keresése és tudatos felhasználása; - A belső egyensúly elérése; - A környezettel való harmonikus kapcsolat igénylése, megteremtése.
	Önkifejezés és a kifejezés nyelve - Az ábrázolás nyelvének megfejtése, szaktárgyi értelmezése; - A különböző kultúrák kifejezésének értelmezése; - Elképzelések, élmények, érzések kifejezése különböző eszközökkel.
	Empátia - Mások szempontjainak vizsgálata, beleélés a mások szerepébe, helyzetekbe; - Konfliktushelyzetek és környezeti problémák kezelése.
Szociális és állampolgári kompetenciák	Etikai érzék, társadalmi érzékenység, felelősségérzet - A tudományetika alkalmazása és a közösségi munkához való etikus hozzáállás; - A természettudomány, a technológia és a társadalom kapcsolatrendszerének felismerése, szempontrendszerként való alkalmazása a megismerési folyamatban; - Az emberi felelősség belátása, annak megfelelő cselekvések; - Az össztársadalmi érdek alárendelése a személyes érdekeknek; - Állhatatosság a nehézségekkel szemben; - Felelősségérzet a személyes döntésekért, cselekvésekért önmagunk és a közösség felé. Felelősségérzet a közös munkában vállalt feladatok elvégzése kapcsán.
	Pozitív gondolkodás - Az egészségmegőrzéshez szükséges szemléletmód fejlesztése; - A tudomány eredményeinek alkalmazása a környezeti problémák leküzdésében, pozitív kép mutatása; - A pozitív, előrevivő érzelmek erősítése.
	Nyitottság és rugalmasság - Kapcsolatkeresés, a társak elfogadása; - Érdeklődés új ismeretek iránt. Készség új megoldások kieszelésére. - Társak véleményének mérlegelése és elfogadása; - Rugalmasság a gyors változásokkal szemben; - Új, szokatlan elméletek és módszerek mérlegelése, elfogadása.

Szociális és állampolgári kompetenciák	<p>Társas aktivitás és együttműködés</p> <ul style="list-style-type: none"> - Alkotó részvétel páros, csoport- és projektmunkában; - A dolgok megtárgyalása; - Véleménykülönbségek és konfliktusok kezelése; - Az eredmények megosztása másokkal.
	<p>Környezettudatosság</p> <ul style="list-style-type: none"> - A természeti környezet állapota és az emberi tevékenység közötti kapcsolat felismerése, átlátása; - A jelenlegi folyamatok fenntarthatóságának felismerése, gondolatának elfogadása és feltételeinek ismerete. Aktív szerepvállalás a környezet megóvásában; - Az egészséggel, a fogyasztással és a környezettel kapcsolatos társadalmi szokások értékelése.
Kezdeményező- és vállalkozóképesség	<p>Szervezőképesség</p> <ul style="list-style-type: none"> - A csoportos munkamegosztás szervezése az egyéni adottságoknak megfelelően; - A saját tanulás szervezése.
	<p>Döntésképesség</p> <ul style="list-style-type: none"> - Döntési pontok felismerése a tanulási és az élethelyzetekben; - Döntés tájékozódás és alternatíva-állítás alapján; - A döntéshozatal rendszerszerűségének felismerése; - Kockázatvállalás és rutin a döntéshozatalban.
	<p>Helyzetbehozás</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tervkészítés és végrehajtás a cél elérése érdekében; - Kreatív és innovatív hozzáállás a feladatmegoldáshoz.
A tanulni tudás képessége	<p>Önértékelés és önfejlesztés</p> <ul style="list-style-type: none"> - A személyiségfejlődés egyre tudatosabb irányítása; - A saját tanulási folyamat értékelése; - A társadalmi beilleszkedést lehetővé tevő értékrend és életmód kialakítása.
	<p>Tanulásszervezés</p> <ul style="list-style-type: none"> - A saját tanulási folyamat szükségleteinek és elérhető lehetőségeinek ismerete, az akadályok megszüntetése; - A tanulási folyamat (idővel és információval való bánásmód) megtervezése egyéni és csoportmunkában, projektfeladatban.
	<p>Tanulástechnikák alkalmazása</p> <ul style="list-style-type: none"> - Új tudások és képességek megszerzése, feldolgozása és beépülése; - Útmutatások, ismert algoritmusok és tantárgy- vagy téma-specifikus stratégiák felhasználása; - A kutatásos-felfedezési tanulási technikák alkalmazása; - A kooperatív tanulási technikák alkalmazása.

II. ÓRASZÁMOK

A) 4 ill. 5 évfolyamos gimnáziumi képzés:

Tematikai egység:	Előkészítő évfolyam (NYEK, KÉTTAN): 1 óra/hét	Előkészítő évfolyam (AJTP): 4 óra/hét	9. évfolyam: KÉTTAN németül 3 óra/hét	10. évfolyam: KÉTTAN németül 3 óra/hét	11. évfolyam: 3 óra/hét*	12. évfolyam: 4 óra/hét*
Év eleji bevezetés	2	4	1	1	1	1
Gondolkodási módszerek	2	14	8	9	11	12
Számтан, algebra	12	52	38	33	26	12
Függvények, sorozatok	8	20	20	6	20	26
Geometria, trigonometria	8	28	31	48	40	40
Valószínűség, statisztika	2	16	6	8	7	17
Év végi ismétlés	2	10	4	3	3	20
Összesen	36	144	108	108	108	128

*: 11 – 12. évfolyamokon képesség szerinti csoportbontás (a matematikát emelt szinten választó diákok külön csoporto(ka)t alkotnak, nekik 2-vel több órájuk van hetente, azaz 11.-ben heti 5 óra, 12.-ben heti 6 óra)

MATEMATIKAOKTATÁS A MAGYAR-NÉMET KÉTTANBAN:

A magyar-német két tanítási nyelvű ágban tanuló diákok 9. és 10. évfolyamokon német nyelven tanulják a matematikát, majd 11. és 12. évfolyamokon magyarul és németül. Az utolsó két évben kötelező jelleggel van heti 1 – 1 óra „Mathematik” nevű tantárgy, ahol ezen két évfolyam német nyelvű szakszókincsének elsajátítása és gyakorlás történik. A „Mathematik” tárgynak van külön helyi tanterve.

AZ EMELT SZINT SZEREPE:

A 11 – 12. évfolyamokon a diákoknak lehetőségük van a matematika tantárgy emelt szintű tanulására. Őket külön csoportként kezeljük, magasabb óraszámban az emelt szintű érettségi követelményeihez igazodva történik a tananyag feldolgozása és számonkérése.

B) 6 évfolyamos általános gimnáziumi középszintű képzés:

III. TANANYAG

A) Tananyag a 4 ill. 5 évfolyamos gimnáziumi képzésben résztvevőknek

ÁLTALÁNOS CÉLOK ÉS FELADATOK:

A tananyag részletes felépítésekor irányadónak tekintettük a NAT, a kerettanterv, valamint az érettségi vizsga követelményeit. Figyelembe vettük iskolánk speciális igényeit is: matematikai képességek készség szintre fejlesztése (fizikai és kémiai számítási feladatokban való alkalmazások), a matematika tanítása két nyelven, emelt szintű órákban tehetségfejlesztés, emelt szintű matematika-oktatás az emelt szintű érettségi követelményeihez igazodva. Ezen igényekhez igazodva foglalmaztuk meg minden évfolyamon az általános célokat és feladatokat, illetve állapítottuk meg a fejlesztési követelményeket.

Az előkészítő év legfontosabb feladata minden tanuló matematika tudásának olyan szintre hozása, amely a középiskolai tanulmányok sikeres folytatását lehetővé teszi. Csökkenteni kell az általános iskolában felhalmozódott esetleges hiányokat. Törekedni kell arra, hogy a tanulók változatos gondolkodási módszereket sajátítsanak el. Törekedni kell a motiváltság biztosítására, a pontos és kitartó munkára, az önálló tanulás fejlesztésére, a problémamegoldások mellett az igazolások, bizonyítások keresésére. Az előkészítő év célja, hogy az általános iskolában felmerült minden fogalmat és összefüggést átismételjen, átfogó képet adva a tananyagról.

A 9 – 10. évfolyamokon minden képzési ágban azonos tanterv szerint haladunk, a két tanítási nyelvű ágban német nyelven, a többi osztályban magyarul.

A 9. és 10. évfolyam tantervében a **piros színű betűvel szedett** tartalmi részek megtanítása nem kötelező, mivel ezek nem tartoznak a középszintű érettségi vizsga követelményeihez. De a tehetséges, matematika iránt érdeklődő tanulók érdekében igyekszünk beilleszteni a tananyagba ezeket a szegmenseket is, hogy azon diákok, akik az utolsó két évben majd emelt szinten kívánják tanulni a matematikát, ne szenvedjenek hiányt az alapokban.

A 11. és 12. évfolyam tantervében nincsenek pirossal szedett tartalmi részek, az itt leírt követelményeket mindenkinek teljesítenie kell, ugyanis ezek képezik a középszintű érettségi vizsga anyagát. Az emelt szintű érettségi vizsgához igazodó emelt szintű tanterv leírását ld. külön blokkban. Ennek megtanítása a heti plusz 2 órában történik, annál a témakörnél tárgyalva a 11. és 12. évfolyam tananyagában, ahová leginkább beilleszthető.

A 11. és 12. évfolyamon minden képzési ágban magyar nyelven folyik a matematikaoktatás, mert így lehet a diákok fejlődését leginkább elősegítő képesség szerinti csoportbontást és az emelt szintesek külön csoportban tanítását sikeresen megvalósítani. A német két tanítási ágban tanuló diákok számára ezen a két évfolyamon szükség van heti plusz 1 német nyelvű Mathematik órára, hogy a német nyelvű matematika érettségi vizsgára eredményesen fel tudjuk készíteni őket.

RÉSZLETES TEMATIKA ÉVFOLYAMONKÉNT, KÉPZÉSI ÁGANKÉNT:

Előkészítő évfolyam – NYEK és Két tanítási nyelvű képzés
Heti 1 óra (Össz.: 36 óra)

Tematikai egység	1. Gondolkodási módszerek	Órakeret 2 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, összekapcsolása, igazságtartalmuk eldöntése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A matematika fogalmi rendszere</p> <p>Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, halmazok uniója, metszete.</p> <p>Elemek halmazokba rendezése több tulajdonság alapján.</p> <p>Halmazábra használata.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</p> <p>Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása.</p> <p>A logika elemei</p> <p>Az „és” a „vagy”, a „ha... akkor” és az „akkor és csak akkor” használata.</p> <p>„Bármely” és „van olyan” használata.</p>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos alapismeretek</i></p>
Kulcsfogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, komplementer halmaz, unió, metszet.	

Tematikai egység	2. Számтан, algebra	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális, valós – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Törtekkel való számolás és az egyenletmegoldás biztossá tétele. A számfogalom elmélyítése a száme egyenes és a valós számok kapcsolatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai alapok</p> <p>Műveletek egész számokkal és kifejezésekkel.</p> <p>Műveleti tulajdonságok.</p> <p>Műveleti sorrend</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos</i></p>

Törtek szorzása, osztása, összeadása, kivonása, hatványozása. Törtek egyszerűsítése, bővítése Zárójelek használata. Algebrai kifejezések, helyettesítési érték. Betűs kifejezésekből adott változó kifejezése. %-számítás. Egyenletek Elsőfokú egyenletek megoldása mérleg-elvvel. Szöveges feladatok. Számelméleti alapok (osztó, többszörös)	<i>alapismeretek</i>
Kulcsfogalmak	Racionális szám, hatvány, %, egyenlet, osztó, többszörös

Tematikai egység	3. Függvények, sorozatok	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Függvények ábrázolása tulajdonságaik alapján. Számítási sorozat, mértani sorozat egyszerű alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A függvény fogalma. Függvénytulajdonságok. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely. Monotonitás, szélsőérték. Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. $\frac{a}{x}$ Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$ Másodfokú függvény. Függvénytranszformációk. Egyszerű esetekben: $f(x)+c$; $f(x+c)$, $-f(x)$.		<i>Informatika</i> <i>Természettudományos ismeretek</i>
Kulcsfogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, egyenes arányosság, fordított arányosság.	

Tematikai egység	4. Geometria	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Tételek szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése. Körvonal és körlap. Kocka, téglalap, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Esztétikai érzék fejlesztése. Szögekkel, területekkel kapcsolatos problémák megoldása. Háromszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek összegzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkídom, sokszög, átlók száma, konvexitás. Tételek kölcsönös helyzete. A szög Háromszögek, négyszögek Háromszögek nevezetes vonalai és körei. (Bizonyítás nélkül.) Négyszögek osztályozása, speciális négyszögek.	<i>Informatika</i> <i>Természettudományos ismeretek</i>
Kulcsfogalmak	Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, síkidom, sokszög, test, csúcs, él, lap, merőleges, párhuzamos, szög, kör, gömb.

Tematikai egység	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 2 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorbarendezések, kiválasztások felismerése, esetek összeszámolása. A gyakoriság, relatív gyakoriság fogalmán keresztül a valószínűségi gondolkodás mélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kombinatorika. Sorbarendezési feladatok. Kiválasztási feladatok. „Általános iskolás” módszerrel, képletek nélkül, vagy kevés képlettel. Valószínűségi kísérletek végzése. Események valószínűségének összehasonlítása („melyik valószínűbb?”).		<i>Informatika</i> <i>Testnevelés:</i> sorbarendezés, mérések szervezése.
Kulcsfogalmak	Faktoriális, kiválasztott halmaz, rendezett halmaz. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

Tematikai egység	6. Rendszerező ismétlés	Órakeret 2 óra
Előzetes tudás	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.	

Előkészítő évfolyam – AJTP
Heti 4 óra (Össz.: 144 óra)

Tematikai egység	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, összekapcsolása, igazságtartalmuk eldöntése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A matematika fogalmi rendszere</p> <p>Halmazok</p> <p>Halmazok megadása, részhalmaz, halmazok uniója, metszete.</p> <p>Elemek halmazokba rendezése több tulajdonság alapján.</p> <p>Halmazábra használata.</p> <p>Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon.</p> <p>Konkrét alaphalmazokon komplementer halmaz meghatározása.</p> <p>A logika elemei</p> <p>Az „és” a „vagy”, a „ha... akkor” és az „akkor és csak akkor” használata.</p> <p>„Bármely” és „van olyan” használata.</p>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos alapismeretek</i></p>
Kulcsfogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, komplementer halmaz, unió, metszet.	

Tematikai egység	2/1. Algebra	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális, valós – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. Törtekekkel való számolás és az egyenletmegoldás biztossá tétele. A számfogalom elmélyítése a számegyenes és a valós számok kapcsolatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Egész számok körében végzett műveletek</p> <p>Műveletek egész számokkal és kifejezésekkel.</p> <p>Műveleti tulajdonságok.</p> <p>Az első n szám összege és kapcsolódó feladatok, pl. háromszögek.</p> <p>Kapcsolat: Sorozatok.</p> <p>Az $1 + 2 + 4 + \dots + 2^n$ összeg.</p> <p>Bevezető feladat a teljes indukcióra.</p> <p>Speciális szorzatként a faktoriálisokkal való számolások gyakorlása.</p> <p>Műveletek törtekekkel</p> <p>Törtek szorzása, osztása, összeadása, kivonása, hatványozása.</p> <p>Számok normál alakja.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom</i></p> <p><i>Természettudományos alapismeretek</i></p>

(Csak felismerés, műveletek gyakorlása nélkül.) Teleszkópos összegek.	
Mérlegeléssel kapcsolatos feladatok Pl. 5 súllyal 1 kg-tól hány kg-ig tudunk minden egész kg-ot mérni? Hamis érmék kiválasztása.	
Kulcsfogalmak	Racionális szám, hatvány.

Tematikai egység	2/2. Számelmélet, oszthatóság	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika iránti érdeklődés felkeltése érdekes feladatokon, problémákon keresztül. A bizonyítás iránti igény felkeltése, erősítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számolás maradékokkal Maradékokkal végzett műveletek szabályai. Bizonyítások nélkül. Maradékokon alapuló játékok. Négyzetszámok maradékai. (3-as, 4-es, 5-ös, 8-as, 10-es.) Oszthatósági szabályok Oszthatóság az alap hatványainak osztóival. Oszthatóság az alap szomszédjainak osztóival. Oszthatóság a fentiek közül valamelyik szorzatával. Indokoljuk is az oszthatósági szabályokat! Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Számelmélet alaptétele (bizonyítás nélkül) Törzstényező felbontás. A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös törzstényező alakja. Relatív prímszámokra vonatkozó tételek: $a \angle n, b \angle n, \text{ és } (a,b)=1 @ ab \angle n,$ $a \angle nm, \text{ és } (a,n)=1 @ a \angle m.$ Prímszámokkal kapcsolatos érdekességek Végtelen sok prím van. Ikerprím-sejtés. Prímek a négyzetszámok szomszédjai között. Tökéletes számok. Nagy prímeikkel kapcsolatos friss eredmények. Matematikatörténet: Euklidesz, Eratoszthenész, Mersenne, Fermat, Euler.</p>		<i>Informatika</i>
Kulcsfogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
Tematikai egység	3. Függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése. A mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel. Függvények ábrázolása tulajdonságaik alapján. Számítási sorozat, mértani sorozat egyszerű alkalmazása.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A függvény fogalma. Függvénytulajdonságok. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely. Monotonitás, szélsőérték. Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p> $\frac{a}{x}$ <p>Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$ Másodfokú függvény. Függvénytranszformációk. Egyszerű esetekben: $f(x)+c$; $f(x+c)$, $-f(x)$. Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Matematikatörténet: René Descartes. A sorozat mint függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege. A számtani közép. A mértani sorozat A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal. Kamatos kamat, mint mértani sorozat (csak alapfeladatok). (Hitel, törlesztés, gazdasági fogalmak.) A mértani közép. Szélsőérték-feladatok számtani és mértani közép összefüggésének segítségével (csak a két alaptípus). Matematikatörténet: Gauss.</p>	<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Természettudományos ismeretek</i></p>
Kulcsfogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.

Tematikai egység	4. Geometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Tételek szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése. Körvonal és körlap. Kocka, téglalaprész, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Esztétikai érzék fejlesztése. Szögekkel, területekkel kapcsolatos problémák megoldása. Háromszögekkel, sokszögekkel kapcsolatos ismeretek összegzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	

<p>Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz. Síkídom, sokszög, átlók száma, konvexitás. Tételek kölcsönös helyzete. Ponthalmazok távolsága Két pont, pont és egyenes, pont és sík távolsága. Két egyenes távolsága. Két sík távolsága Alapszerkesztések. Matematikatörténet: Euklidész - Elemek A szög Szögek fajtái. Szögpárok: csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek. Sokszögek szögösszege. Nevezetes háromszögek: 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek. Területekre vonatkozó tételek, feladatok. Távolsággal jellemzett ponthalmazok: adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben, két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben. Háromszögek, négyszögek Háromszögek nevezetes vonalai és körei. (Bizonyítás nélkül.) Négyszögek osztályozása, speciális négyszögek. Néhány geometriai alapú játék. Matematikatörténet: klasszikus geometriai problémák: a körosztás, a kockakettőzés, a szögharmadolás, a kör négyszögesítésének kérdése.</p>	<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Természettudományos ismeretek</i></p>
<p>Kulcsfogalmak</p>	<p>Pont, egyenes, szakasz, félegyenes, sík, síkídom, sokszög, test, csúcs, él, lap, merőleges, párhuzamos, szög, kör, gömb.</p>

Tematikai egység	5. Kombinatorika, valószínűség	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorbarendezések, kiválasztások felismerése, esetek összeszámolása. A gyakoriság, relatív gyakoriság fogalmán keresztül a valószínűségi gondolkodás mélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Kombinatorika. Sorbarendezési feladatok. A faktoriális jelölés használata. Kiválasztási feladatok. „Általános iskolás” módszerrel, képletek nélkül, vagy kevés képlettel. Körmérkőzéses feladatok. Kombinatorikus geometriai feladatok, pl. hány részre osztja a síkot n egyenes? Melyik valószínűbb?</p>		<p><i>Informatika</i></p> <p><i>Testnevelés:</i> sorbarendezés, mérkőzések szervezése.</p>

Valószínűségi kísérletek végzése. Események valószínűségének összehasonlítása („melyik valószínűbb?”).	
Kulcsfogalmak	Faktoriális, kiválasztott halmaz, rendezett halmaz. Gyakoriság, relatív gyakoriság.

Tematikai egység	6. Rendszerező ismétlés		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
Gondolkodási módszerek. Halmazok, logika. Algebra. Számelmélet. Geometria. Függvények, sorozatok. Kombinatorika, valószínűség.		<i>Informatika</i>	
Kulcsfogalmak	Halmaz, függvény, sorozat.		

9. évfolyam
Heti 3 óra (Össz.: 108 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. <i>A számírás története.</i>	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott	

	célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközzel jellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése,	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.

	megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 38 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek: (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)</i>	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal)	<i>Fizika: hőmérséklet,</i>

	adott definícióval).	elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet: Neumann János.</i>	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.

$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma. További nevezetes azonosságok.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia;</i> <i>biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b$. Több abszolútértéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
---	--	-------------------------------------

Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok	<i>Fizika:</i> kinematika.

	függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.
Az $x \in ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \in a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak / fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 31 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell	

	alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.)	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet: Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).</i>	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a	<i>Informatika:</i> tantárgyi

	matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyokban.	szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Kulcsfogalmak / fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó, hasonló. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.	

Tematikai egység	6. Rendszerező ismétlés	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.	

10. évfolyam

Heti 3 óra (Össz.: 108 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek	

	értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha...”, „akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	

módjai.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint

		szervezőelv poetizált szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha, akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra		Órakeret 33 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. A gyök kettő irracionálisága.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	

	A gyök kettő irracionális voltának bizonyítása.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet, a diszkrimináns.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Másodfokú egyenltre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. Szélsőérték-problémák.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	
Gyökök és együtthatók összefüggései, Viéte-formulák.	Önellenzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. Nehezebb magasabb fokú egyenletek megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$. Nehezebb négyzetgyökös egyenletek. Több gyökjelet tartalmazó egyenletek.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.

Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Szélsőérték-problémák megoldása a számtani és mértani közép közti összefüggés segítségével.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Az $x \in ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \in a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Kulcsfogalmak / fogalmak	Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Grafikus megoldás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret t 48 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai,	

	négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján). A látókörív.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között .	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.

Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás).
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció. Az aranymetszés.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Művészettörténet:</i> az aranymetszés.
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása. Bizonyítások a hasonlóság elvének alkalmazásával.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távoltság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák

		levelei) tartozik.
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.
Vektorok felbontása összetevőkre.	Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra.	<i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása.
Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.	Szögfüggvények közötti kapcsolatok.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
Kulcsfogalmak / fogalmak	Egybevágó, hasonló. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.
------------------------------------	---

Tematikai egység	6. Rendszerező ismétlés	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.	

11. évfolyam Heti 3 óra (Össz.: 108 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
Kulcsfogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.	

/ fogalmak		
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számtan, algebra	Órakeret 26 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.

A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.
Kulcsfogalmak / fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret t 20 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$, $cf(x)$, $f(cx)$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.

	növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret t 40 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése,	

alkalmazása.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	
Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakaszcsozpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.

Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
Kulcsfogalmak / fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek	

megfelelő ponthalmaz.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállításá elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.		
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika:</i> az úrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Adathalmazok jellemzői:	A statisztikai kimutatások és a		

<p>átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.</p>	<p>valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Kulcsfogalmak / fogalmak</p>	<p>Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Szórás.</p>	

<p>Tematikai egység</p>	<p>6. Rendszerező ismétlés</p>	<p>Órakeret 3 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Az év eleji bevezető problémák felidézése. Az év során áttekintett fogalmak, eljárások ismerete.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Módszerek, érdekes tapasztalatok felelevenítése. Egy-két általános módszer, feladattípus, játék stb. lényegének összefoglalásával a lényegkiemelő képesség fejlesztése.</p>	

12. évfolyam
Heti 4 óra (Össz.: 128 óra)

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</p>	<p>Órakeret 12 óra</p>
<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek rendszerező összefoglalása</i></p>		
<p>Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.</p>	<p>A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).</p>	
<p>Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.</p>	<p>Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.</p>	<p><i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt</p>

		<p>esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezi és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 12 óra
<i>Számтан és algebra rendszerező összefoglalása</i>		

Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret t 26 óra
--	--	----------------------------------

Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Függvény megadása, tulajdonságai.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	
<i>Függvények és sorozatok rendszerező összefoglalása</i>		
A függvény megadása. A	Emlékezés: a fogalmak pontos	

függvények tulajdonságai.	felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$, $cf(x)$, $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria, trigonometria	Órakeret t 40 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok

Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúlán és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).
Kulcsfogalmak / fogalmak	Felszín, térfogat.	
<i>Geometria és trigonometria rendszerező összefoglalása</i>		
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Ezek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és		

alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 17 óra
<i>Valószínűség-számítás és statisztika rendszerező összefoglalása</i>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
Kulcsfogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz,	

/ fogalmak	igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.
-------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Felkészülés az érettségire	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

11. és 12. évfolyamos emelt szint – Minden képzési ágnak **Heti 2 – 2 plusz óra**

A középszintű ismereteken és fejlesztési követelményeken túlmutató, az emelt szintű vizsga anyagát képező matematikai fogalmak, módszerek és eljárások tematikai egységenkénti követelményrendszere az alábbiakban olvasható:

Gondolkodási módszerek

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk (ismétléses és ismétlés nélkül), kombinációk (ismétléses és ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.

Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt

Feladatok megoldása gráfokkal.

Definiálja a következő fogalmakat: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa.

Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma, valamint a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt, indirekt bizonyítás, skatulyaelv.

Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.

Számтан, algebra

Értelmezési tartomány, értékészlet-vizsgálat, szorzattá alakítással megoldható, összetett feladatok.

Két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.

Első és másodfokú paraméteres egyenletek.

Két és három ismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek.

Két ismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszerek.

Igazolja: a másodfokú egyenlet megoldóképletét, a gyökök és együtthatók közötti összefüggést.

Permanencia elv, irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.

A hatványozás azonosságainak bizonyítása egész kitevőre.

A logaritmus azonosságainak igazolása.

Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazokra.

Számelmélet alaptétele.

Tudjon számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú számrendszerbe.

Tudja, hogy mit értünk műveletekre zárt számhalmazon.

Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.

Bizonyítsa, hogy a $\sqrt{2}$ irracionális szám.

Ismerje az aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus középértékeket, nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó tételeket.

Bizonyítsa a számtani és mértani közép összefüggésére vonatkozó tételt, tudjon megoldani erre vonatkozó feladatokat.

Abszolút értékes egyenletek algebrai megoldása.

Tudja alkalmazni az $a^n - b^n$, ill. $a^n + b^n$ kifejezés szorzattá alakítását.

Tudjon megoldani egyszerű négyzetgyökös, abszolút értékes, exponenciális, logaritmusos, trigonometrikus egyenlőtlenségeket.

Függvények, sorozatok

Összetett függvény fogalma

Tudja az alapvető függvénytani alapfogalmak pontos definícióit.

Ismerje és alkalmazza a függvények leszűkítésének és kiterjesztésének fogalmát.

Használja a konvex, konkáv, korlátosság fogalmának használatát függvények jellemzésekor.

Függvény-transzformáció.

Egyszerűbb másodfokúra vezető függvény-transzformációk.

Ismerje a végesben vett véges és végtelen, valamint a végtelenben vett véges és végtelen határérték fogalmát.

A folytonosság szemléletes fogalma.

Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját.

Alkalmazza az összeg konstans-szoros, szorzat- és hányados-függvény deriválási szabályait.

Egyszerűbb esetekben az összetett függvény deriválása.

Tudja bizonyítani a hatványfüggvény deriválási szabályát természetes kitevőre.

Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.

Alkalmazza a differenciálszámítást:

érintő egyenletének felírására

szélsőérték-feladatok megoldására

polinom-függvények vizsgálatára

Sorozat jellemzése/korlátosság, monotonitás/, a konvergencia szemléletes fogalma.

Rekurzív képlet.

Bizonyítsa a számtani és mértani sorozat általános tagjára és első n elemének összegére vonatkozó képleteket.

Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

Tudjon gyűjtőjára és törlesztő részletet számolni.

Tudja ábrázolni az alapvető függvények transzformáltjainak grafikonját $/cf(ax+b)+d/$

Ismerje és tudja ábrázolni a természetes kitevőjű hatványfüggvényeket.

Tudjon a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényt képezni.

Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.

Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz tételt.

Tudjon polinom-függvények, illetve szinusz- és koszinusz-függvény grafikonja alatti területet számolni.

Geometria, mérés

A skaláris szorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása

Sinus, cosinus tétel bizonyítása.

Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

Egyszerű feladatokban tudja alkalmazni az addíciós tételeket.

A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása,

Körív, körcikk területe /bizonyítással/.

Szakasz felezőpontja, harmadoló pontja, a háromszög súlypontja /bizonyítás/

Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban.

A kör egyenletének levezetése.

A kör és a két ismeretlen másodfokú egyenlet kapcsolata

Két kör kölcsönös helyzete, metszéspont. Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.

Parabola fogalma.

A parabola $x = 2py$ alakú egyenletének levezetése.

Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.

Alakzatok távolságának értelmezése.

Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira pontjaira és köreire vonatkozó tételeket

/körülrírt és bírt kör középpontja, magasságpont, súlypont, középvonal.

Bizonyítsa Pitagorasz tételét és megfordítását.

Bizonyítsa a magasság és befogótételt.

Valószínűség, statisztika

Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot.

Tudjon hisztogramot készíteni, és adott hisztogramról információt leolvasni.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.

A nagy számok törvényének szemléletes tartalma.

Geometriai valószínűség.

A binomiális eloszlás /visszatevéses modell/ és s hipergeometriai eloszlás /visszatevés nélküli modell/ tulajdonságai és ábrázolása.

Várható érték, szórás fogalma és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.

A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paramétereinek ismeretében.

B) Tananyag a 6 évfolyamos általános gimnáziumi középszintű képzésben résztvevőknek

ÁLTALÁNOS CÉLOK ÉS FELADATOK:

Az új iskolatípus lehetőséget nyújt arra, hogy pozitív motivációval hozzásegítsünk minden tanulót a matematikai gondolkodás örömeinek megismeréséhez. Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni.

Ebben a korban a tanításban már megjelenik az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség fejlesztése. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt helyezünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége.

A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező-képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reáltárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reáltárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

RÉSZLETES TEMATIKA ÉVFOLYAMONKÉNT:

7. évfolyam
Heti 3 óra (Össz.: 108 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	<p>Összehasonlításhoz, viszonyításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; legalább; legfeljebb; nem; és; vagy; minden, van olyan). Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása.</p> <p>Konkrét dolgok adott szempont(ok) szerinti rendezése, rendszerezése. Néhány elem kiválasztása, elemek sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az anyanyelv tudatos használata tények és gondolatok megjelenítésére. Gondolatok (állítások, feltételezések, választások stb.) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlése. Egyszerű állítások igazságának eldöntése. Fogalmak, állítások logikai kapcsolata. A bizonyítási igény fejlesztése. A matematikai bizonyítás előkészítése; ellenpéldák szerepe a cáfolásban. Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése kombinációs készség fejlesztése. A digitális technológiák kritikus használatának bevezetése. A matematikai műveltség fontosságának erősítése, pozitív attitűd kialakítása.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Elemek halmazokba rendezése, adott halmaz elemeinek felsorolása. Halmazfogalom szemléletes kialakítása. Halmazok megadási módjai.</p>	<p>Lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.</p> <p>Elemek, adatok szétválogatása két szempont szerint: (halmazba tartozó vagy nem).</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak hangok rendszerezése.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények rendszerezése.</p> <p><i>Földrajz:</i> földrészek országai.</p> <p><i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.</p>
<p>Véges, végtelen halmazok, intervallumok. Végtelen számosság szemléletes fogalma.</p>	<p>Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.</p>	

<p>Részhalmaz, kiegészítő halmaz, unió, metszet, különbség. Alaphalmaz és komplementer halmaz. Részhalmazok száma.</p>	<p>Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések, jelölések megtanulása, definíciókra való emlékezés. Megosztott figyelem: két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> egyed alatti szerveződési szintek részhalmazkapcsolata. <i>Informatika:</i> adattárolás szerkezete; könyvtári ismeretek. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.</p>
<p>A nyelv logikai elemeinek használata: az „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezések.</p>	<p>Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztése a logika megfelelő elemeinek felhasználásával. Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Egyszerű állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> az anyanyelvi kommunikáció fejlesztése a logika megfelelő elemeinek felhasználásával. <i>Ének-zene:</i> népdalok szövegének vizsgálata a logika segítségével. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> kommunikációs kompetencia: mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>
<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Tétel és megfordítása. <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész szerepe a tudományosság kialakításában. Pólya György: A gondolkodás iskolája.</p>	<p>Konkrét tételek, állítások megfogalmazásában a szükséges és az elégséges feltételek megkülönböztetése. Matematikai tartalmú szöveg értése, értelmezése. Érvelés alkalmazása indoklásokban. Adott tétel megfordításának megfogalmazása, a megfordítás értelmezése, igazságtartalmának eldöntése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak / fogalmak</p>	<p>Véges, végtelen halmaz, intervallum. Részhalmaz, kiegészítő halmaz. Alaphalmaz és komplementer halmaz. Unió, metszet, különbség, „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezések. Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció. Faktoriális.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	<p>A racionális számok helyes leírása, olvasása, számegyenesen való ábrázolása, két szám összehasonlítása. Helyes műveleti sorrend ismerete a négy alpművelet esetén.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű, konkrét arányossági feladatok megoldása következtetéssel. A százalék fogalmának ismerete.</p> <p>2, 3, 5, 9, 10, 100-zal való oszthatósági szabály ismerete. Osztó, többszörös közös osztó, közös többszörös fogalma.</p> <p>Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.</p> <p>Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása szabadon választható módszerrel.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése.</p> <p>Absztrahálás, betűkifejezések használata, egyszerűsítő eljárások megismertetése.</p> <p>Szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása.</p> <p>Matematikatörténeti érdekességeken keresztül a tantárgyi motiváció erősítése. Digitális technikák használata.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Mérés, mértékegység használata, átváltás.	Számolás 10 pozitív egész kitevőjű hatványaival.	<p><i>Fizika:</i> mértékegységek átváltása.</p> <p><i>Kémia:</i> atomok száma.</p> <p><i>Földrajz:</i> távolság, terület méretének meghatározása.</p>
A racionális szám fogalma. Racionális számok tizedes tört alakja (véges, végtelen szakaszos tizedes törtek), példák nem	<p>Racionális számok néhány tulajdonságának megismerése.</p> <p>Végtelen szakaszos tizedes törtek tulajdonságainak vizsgálata, periódus meghatározása.</p>	<i>Fizika:</i> mennyiségek megadása, értékegységek átváltása.

racióális számra.		
A négyzetgyök fogalma.	Számológép használata. Nagyságrendi becslés.	
Műveletek a racionális számkörben. Műveletek tulajdonságai. <i>Matematikatörténet</i> : a számfogalom matematikatörténeti fejlődése (számok írása, Rhind-papirusz).	Műveletek gyakorlása a racionális számkörben. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási készség erősödése a racionális számkörben (fejben és írásban). Eredmények becslése. Számológép használata. Helyes és értelmes kerekítés.	<i>Fizika; kémia:</i> számítások.
Ellentett, abszolút érték. Reciprok.	Fejben történő számolás.	<i>Fizika:</i> távolságok megadása, hőmérséklet, hőmérsékletváltozás, áram feszültség előjeles értelmezése.
Arány, aránypár, arányos osztás.	Számológép használata. A kapott eredmény helyességének vizsgálata. Arányos osztás a mindennapi életben: részekre osztás.	<i>Földrajz:</i> térképek méretarányainak értelmezése.
Egyenes és fordított arányosság.	Megfelelő modell keresése szöveges feladatokhoz. Mérési eredmények és a kerekítés kapcsolata. A számolandó eredmény becslése.	<i>Fizika; kémia:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.
Százalékszámítási, kamatszámítási feladatok.	Következtetés. Takarékossági, gazdaságossági számítások.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> pénzeszközök takarékos, gazdaságos felhasználása, kamatszámítás. <i>Földrajz:</i> népességváltozás.
A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”).	Szöveges számítási feladatok megoldása a mindennapokból: százalékszámítás (pl. megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, élelmiszerek százalékos összetétele). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, pénzkezelés.

	Számológép használata. Értelmes kerekítés.	
Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma, azonosságai.	A hatvány, hatványozás fogalmának elmélyítése.	
Osztó, többszörös fogalma, osztási maradékok. Oszthatóság fogalma, alaptulajdonságok. Oszthatósági szabályok (4; 8; 25) ismerete. Oszthatósági szabályok rendszerezése. Összetett oszthatósági szabályok. Számelmélet szerepe a kódolásban, titkosításban.	Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Következtetések. Tanulói együttműködésben részvétel.	
Prímszám, összetett szám fogalma. Számok prímtényező felbontása. A számelmélet alaptétele. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. <i>Matematikatörténet i és számelméleti érdekességek</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	Hatványok, hatványazonosságok használata. Gondolkodás fejlesztése számelméleti alapú matematikai játékokon keresztül.	
Az algebrai egész kifejezés fogalma.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű	<i>Fizika</i> : összefüggések megfogalmazása,

Egytagú, többtagú egyenmű kifejezés fogalma.	szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szóveges feladatok általánosításánál.	leírása a matematika nyelvén.
Algebrai egész kifejezések átalakítása (egytagúak szorzása, egytagú szorzása többtagúval), helyettesítési értékeinek kiszámítása. <i>Matematikatörténet</i> : az algebra kezdetei, az arab matematika. Többtagú szorzása többtagúval, összevonás.	Műveletek biztos elvégzése, törekvés a pontos, precíz munkára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, mérlegelvel. Az alaphalmaz szerepének vizsgálata. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség.	Algoritmus használata, begyakorlása a megoldás során. Az egyenlőtlenségek és a negatív számmal történő szorzás és osztás kapcsolata. Az ellenőrzés fontossága. Megoldáshalmaz ábrázolása számegegyenesen.	
Kulcsfogalmak / fogalmak	Racionális szám, valós szám, négyzetgyök. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes és fordított arányosság. Hatvány. Normálalak. Prímszám, összetett szám. Számok prímtényező felbontása, relatív prímelek. Algebrai egész kifejezés, egytagú, többtagú. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3.Függvények, sorozatok		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. Számegyenes, számintervallumok ábrázolása, leolvasása ábráról. Pont koordinátáinak ismerete Descartes-féle koordináta-rendszerben.		

	Sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályfelismerés.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Tudatos megfigyelés tulajdonságok és kapcsolatok szerint. Lineáris folyamatok, a meredekség jelentésének megértése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Sorozatok vizsgálata. A sorozat mint speciális függvény. <i>Matematikatörténet:</i> háromszögszámok, négyzetszámok.	Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata (növekedés, csökkenés). Néhány elemével adott sorozathoz szabályok keresése.	
Hozzárendelések fajtái. Alapfogalmak. A függvény fogalma, elemi tulajdonságai (értelmezési tartomány, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, értékkészlet).	Konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság.	Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Lineáris kapcsolatok vizsgálata a hétköznapi életben.	<i>Fizika:</i> a sebesség és az út-idő grafikon kapcsolata; az ellenállás és a feszültség-áramerősség grafikon kapcsolata.
A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján.	Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	
Gyakorlati problémák függvényekre.	Példák a gyakorlati életből, mindennapjainkból.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> valós folyamatok a mindennapi életben. <i>Biológia-egészségtan;</i>

		<i>fizika; kémia: mérési eredmények kiértékelése grafikonok alapján.</i>
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Matematikatörténet: René Descartes.	A tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Kulcsfogalmak / fogalmak	Sorozat, függvény. Értelmezési tartomány, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, értékkészlet. Lineáris függvény, lineáris kapcsolat, meredekség.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. A tengelyes tükrözés. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Körző, vonalzó és a szögmérő használata. Szögmásolás, szögfelezés, szakaszfelező merőleges szerkesztése. Háromszögek, négyszögek csoportosítása. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Háromszögek, négyszögek kerületének kiszámítása. Téglatest felszíne és térfogata konkrét esetekben. A térfogat és űrtartalom mértékegységeinek átváltása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a síkban és a térben. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása. A matematika tanulási módszereinek továbbfejlesztése. Tömör, de pontos, szabatos kifejezőképesség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is. Jelek, jelölések, megállapodások megjegyzése. Megfigyelőképesség, vizuális képzelet fejlesztése (képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás). Képi emlékezés, ismeretek felidézése. A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. A pontosság igényének fejlesztése. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Geometriai modell készítése. Az esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség kompetenciájának fejlesztése. Digitális technikák felhasználása a feldolgozás során.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szögpárok (egyállású szögek, váltószögek, kiegészítő szögek, merőleges szárú szögek, pótszögek).	A tanult szögpárok felismerése, megnevezése és ábrákon való bejelölése.	

A háromszög belső és külső szögeinek összege. <i>Matematikatörténet:</i> Bolyai Farkas, Bolyai János.	Tételek megfogalmazása megfigyelés és az eddig tanult ismeretek alapján.	
Háromszög-egyenlőtlenség.	Diskusszió a háromszögek szerkesztésénél.	
Ponthalmazok: Adott térelemtől adott távolságra levő pontok a síkban. Két térelemtől egyenlő távolságra levő pontok a síkban. Néhány eset vizsgálata térben is.	Szerkesztések elvégzése. Törekvés a pontos, precíz munkára.	
Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei (magasságvonal, szögfelező, oldalfelező merőleges, középvonal, súlyvonal definíciója, tulajdonságai; magasságpont, súlypont, háromszög köré és beírt kör középpontja, sugara). <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében.	<i>Fizika:</i> alakzatok súlypontja. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
A négyszögek belső szögeinek összege.	Tételek megfogalmazása megfigyelés és az eddig tanult ismeretek alapján.	
A tanult négyszögek áttekintése. Parallelogramma, rombusz tulajdonságai.	A régebbi ismeretek mozgósítása.	
A tanult speciális négyszögek magassága, középvonala.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Középpontos tükrözés. A transzformáció tulajdonságai, alakzat képének	Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során.	<i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.

szerkesztése.		
Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban.	Középpontosan szimmetrikus alakzatok keresése a természetben, művészeti alkotásokban, a közvetlen környezetben (pl. Penrose, Escher, Vasarely). Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.	<i>Vizuális kultúra</i> : festmények geometriai alakzatai.
Eltolás a síkban.	Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése.	
Pont körüli forgatás tulajdonságai és szerkesztési eljárások elsajátítása.	Egyszerű geometriai alakzatok adott pont körüli elforgatásának megszerkesztése.	<i>Földrajz</i> : bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.	Geometriai állítások igazolása konkrét feladatokban az egybevágóság alapeseteinek felhasználásával.	
Nevezetes szögek szerkesztése. Szögfelezés és szögmásolás. Háromszögek szerkesztése. Négyszögek szerkesztése.	Szerkesztési eljárások feladatokban. Szerkesztési terv készítése. Vázlatkészítés. A szerkesztés menetének leírása. Pontos, esztétikus munkára. nevelés.	<i>Informatika</i> : szerkesztési programok használata.
Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak és köreinek szerkesztése.	Nevezetes vonalak és pontok változásának dinamikus szemléltetése számítógépes szerkesztési program segítségével.	<i>Informatika</i> : egy szerkesztési program felhasználói szintű ismerete.
Háromszögek, négyszögek és a kör kerülete, területe.	A terület meghatározása átdarabolással. A kör kerületének közelítése méréssel. Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : a hétköznapi problémák területtel kapcsolatos számításai (lefedések, szabászat, földmérés).
Kulcsfogalmak / fogalmak	Szögpár. Háromszög, négyszög, sokszög, kör. Egybevágósági transzformáció. Paralelogramma, rombusz. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A világ megismerésének igénye. Valószínűségi, statisztikai szemlélet fejlesztése. Jártasság kialakítása az adatok rendszerezésében, kezelésében. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, kiértékelés, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Együttműködés képességének fejlesztése. Táblázat értelmezése, számítógépes táblázatkezelő használata az adatok rendezésében, értékelésében. Az esély és a relatív gyakoriság fogalmának kialakítása.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	A mindennapi élethez kapcsolódó adatok rendszerezett gyűjtése, ezek alapján értelmes grafikonok készítése. Tendenciák leolvasása, várható események megfogalmazása.	<i>Informatika:</i> az adatok ábrázolására alkalmas program. <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
Adathalmazok elemzése (módusz, medián, átlag) és értelmezése, ábrázolásuk.	A napi sajtóból, internetről, tapasztalatból különböző grafikonok keresése, elemzése. Adatok gyűjtése különböző témákhoz kapcsolódóan, ezekből középértékek meghatározása.	<i>Földrajz:</i> statisztikai adatok jellemzése (átlagos népsűrűség, országok különböző szempont szerinti rangsorai). <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak / fogalmak	Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag.	

8. évfolyam

Heti 3 óra (Össz.: 108 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Összehasonlításhoz, viszonyításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; legalább; legfeljebb; nem; és; vagy; minden, van olyan). Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Konkrét dolgok adott szempont(ok) szerinti rendezése, rendszerezése.	

	Néhány elem kiválasztása, elemek sorba rendezése különféle módszerekkel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Az anyanyelv tudatos használata tények és gondolatok megjelenítésére. Gondolatok (állítások, feltételezések, választások stb.) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlése. Egyszerű állítások igazságának eldöntése. Fogalmak, állítások logikai kapcsolata. A bizonyítási igény fejlesztése. A matematikai bizonyítás előkészítése; ellenpéldák szerepe a cáfolásban. Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése kombinációs készség fejlesztése. A digitális technológiák kritikus használatának bevezetése. A matematikai műveltség fontosságának erősítése, pozitív attitűd kialakítása.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Sorbarendezés, kiválasztás néhány elem esetén.	<p>Kreativitás az összes lehetőség többféle felsorolási módjában. Különböző tárgyak, elemek, számok, betűk, lehetőségek sorba rendezése, néhány elem kiválasztása. Különböző események kimeneteli lehetőségeinek számbavétele.</p>	<p><i>Informatika:</i> Adattárolás kettes számrendszerben (kettes számrendszerbe átvitt számok lehetséges esetei).</p>
Permutáció (ismétlés nélküli és ismétléses). Számolás faktoriálissal.	<p>Kombinatorika a mindennapokban: tudatos megfigyelés és értelmezés összeszámlálási és kiválasztási feladatokban. A tapasztalatok rögzítése. (Az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni.) Rendszerezés gyakorlása. Szöveg matematika nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p>
Kulcsfogalmak / fogalmak	<p>Véges, végtelen halmaz, intervallum. Részhalmaz, kiegészítő halmaz. Alaphalmaz és komplementer halmaz. Unió, metszet, különbség, „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezések. Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció. Faktoriális.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	<p>A racionális számok helyes leírása, olvasása, számegyenesen való ábrázolása, két szám összehasonlítása. Helyes műveleti sorrend ismerete a négy alpművelet esetén.</p>	

	<p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű, konkrét arányossági feladatok megoldása következtetéssel. A százalék fogalmának ismerete. 2, 3, 5, 9, 10, 100-zal való oszthatósági szabály ismerete. Osztó, többszörös közös osztó, közös többszörös fogalma. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során. Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása szabadon választható módszerrel.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése. Absztrahálás, betűkifejezések használata, egyszerűsítő eljárások megismertetése. Szövegben megfogalmazott helyzet, történet megfigyelése, lényeges és lényegtelen információk szétválasztása. Matematikatörténeti érdekességeken keresztül a tantárgyi motiváció erősítése. Digitális technikák használata.</p>	
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Valós számkör. A valós számok és a számegyenes kapcsolata.</p>	<p>Annak belátása, hogy $\sqrt{2}$ nem racionális szám.</p>	
<p>Oszthatósági feladatok nevezetes azonosságokkal.</p>	<p>A bizonyítási igény kialakítása oszthatósági feladatokban. Érvelés képességének fejlesztése. A matematikai próbálkozás, sejtés, cáfolat, bizonyítás láncolatának bemutatása egy-egy számelméleti probléma megoldásánál.</p>	
<p>Számrendszerek. Átváltás tízes számrendszerre más alapú számrendszerből. <i>Matematikatörténet</i> : Neumann János. Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.</p>	<p>A helyi értékes írásmód lényegének megértése.</p>	<p><i>Informatika:</i> a kettes számrendszer használata.</p>
<p>Nulla és negatív egész kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai.</p>	<p>Permanenciaelv bemutatása konkrét számokkal. A bizonyítási igény. fejlesztése</p>	
<p>Számok</p>	<p>A természettudományokban és a társadalomban</p>	<p><i>Fizika; kémia;</i></p>

normálalakja. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.	előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	<i>földrajz;</i> <i>biológia-egészségtan:</i> Tér, idő, nagyságrendek . Méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$ összeg alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja.	Kreativitás többféle bizonyítási módszer alkalmazása során. Az algebra és geometria összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Szorzáttá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Teljes négyzetté alakítás.	A tanult azonosságok felhasználása.	
Elsőfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása nevezetes azonosságok, szorzattá alakítás felhasználásával.	A tanult algebrai átalakítások beépítése a megoldásba.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldási módszerei.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák megértése, a megoldást segítő ábra elkészítése. Matematikai modellalkotás (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> mozgások, erőtvények. <i>Kémia:</i> számítások.

Kulcsfogalmak / fogalmak	Számrendszerek. Normálalak. Nevezetes azonosságok. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség. Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer.
---------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3.Függvények, sorozatok		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. Számegyenes, számintervallumok ábrázolása, leolvasása ábráról. Pont koordinátáinak ismerete Descartes-féle koordináta-rendszerben. Sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályfelismerés.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. Tudatos megfigyelés tulajdonságok és kapcsolatok szerint. Lineáris folyamatok, a meredekség jelentésének megértetése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Az abszolútérték-függvény. Az $x \in x+b $, illetve $x \in x +c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.	Számítógép használata a függvények ábrázolására. Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).		
A másodfokú függvény. Az $x \in (x+b)^2$, illetve az $x \in x^2+c$ függvény grafikonja és tulajdonságai.	Számítógép használata a függvények ábrázolására.	<i>Fizika:</i> a gyorsuló mozgás út-idő grafikonja.	
A fordított arányosság függvénye. $x \in \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.	Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> adott távolság esetén a sebesség és az idő, adott tömeg esetén a sűrűség és a térfogat. <i>Informatika:</i> számítógépes program az ábrázoláshoz.	
Gyakorlati problémák függvényekre.	Példák a gyakorlati életből, mindennapjainkból.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> valós folyamatok a mindennapi életben. <i>Biológia-egészségtan;</i>	

		<i>fizika; kémia: mérési eredmények kiértékelése grafikonok alapján.</i>
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Matematikatörténet: René Descartes.	A tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Kulcsfogalmak / fogalmak	Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. A tengelyes tükrözés. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Körző, vonalzó és a szögmérő használata. Szögmásolás, szögfelezés, szakaszfelező merőleges szerkesztése. Háromszögek, négyszögek csoportosítása. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Háromszögek, négyszögek kerületének kiszámítása. Téglatest felszíne és térfogata konkrét esetekben. A térfogat és űrtartalom mértékegységeinek átváltása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a síkban és a térben. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása. A matematika tanulási módszereinek továbbfejlesztése. Tömör, de pontos, szabatos kifejezőkészség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is. Jelek, jelölések, megállapodások megjegyzése. Megfigyelőképesség, vizuális képzelet fejlesztése (képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás). Képi emlékezés, ismeretek felidézése. A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. A pontosság igényének fejlesztése. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése. Geometriai modell készítése. Az esztétikai-művészeti tudatosság és kifejezőképesség kompetenciájának fejlesztése. Digitális technikák felhasználása a feldolgozás során.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Sokszögek. Konvex sokszögek átlóinak száma, belső és külső szögeinek összege.	Háromszög-tulajdonságok alkalmazása.	<i>Vizuális kultúra: Vasarely művészete.</i>
Szabályos sokszögek és	Szimmetriaviszonyok	

tulajdonságai.	áttekintése.	
A kör és részei, érintői.	A fogalmak pontos ismerete.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Pitagorasz tétele. Thalész tétele. Matematikatörténet: Pitagorasz és Thalész élete és munkássága.	A tételek felhasználása indoklást igénylő feladatokban. Számításos feladatok megoldása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> Pitagorasz és kora.
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok, a forgáshenger, forgáskúp, gúla, hálója, tulajdonságai. A gömb.	Elképzelt és valóságos testek tulajdonságainak felismerése, megfogalmazása, különböző hálók készítése konkrét esetekben.	<i>Természetismeret:</i> tárgyak alakja, a tanult testek felismerése. <i>Vizuális kultúra:</i> axonometrikus testábrázolás.
Középpontos nagyítás és kicsinyítés szerkesztése konkrét arányokkal. Szakasz arányos osztásának szerkesztése.	A középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Földrajz:</i> térképészeti ismeretek.
A vektor fogalma. Vektorok összege, különbsége és szorzása számmal. Vektorok összegének, különbségének és számmal való szorzásának szerkesztése. Vektor felbontása összetevőire. A vektorműveletek tulajdonságai.	A szerkesztési eljárások előnyeinek és hátrányainak felismerése. Műveletek tulajdonságainak vizsgálata szerkesztések elvégzése után.	<i>Fizika:</i> elmozdulás, erő, sebesség.
Háromszög-, négyzet- és téglalap alapú egyenes hasábok és a forgáshenger felszíne, térfogata.	Gyakorlati feladatok megoldása.	<i>Kémia:</i> tárolóedények térfogata. <i>Fizika:</i> testek térfogata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sokszögek. Kör. Kör érintője. Hasáb, henger, gúla, kúp. Hasonlóság. Vektorok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>A világ megismerésének igénye. Valószínűségi, statisztikai szemlélet fejlesztése. Jártasság kialakítása az adatok rendszerezésében, kezelésében. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, kiértékelés, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Együttműködés képességének fejlesztése. Táblázat értelmezése, számítógépes táblázatkezelő használata az adatok rendezésében, értékelésében. Az esély és a relatív gyakoriság fogalmának kialakítása.</p>	
<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Valószínűségi kísérletek végzése, gyakorisági táblázat készítése. A relatív gyakoriság fogalma, kiszámítása. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség számítás fejlődéséről.</p>	<p>Tudatos megfigyelés. A tapasztalatok rögzítése.</p>	
<p>Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma. A kombinatorikus valószínűség szemléletes fogalma.</p>	<p>Különböző élethelyzetek eseményeit vizsgálva az adott feltételeknek eleget tevő összes lehetőség meghatározása és ezen belül az adott szempontok szerinti összes jó lehetőség kiválasztása. Valószínűségi gondolkodás fejlesztése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak / fogalmak</p>	<p>Adatsokaság, diagram, módusz, medián, átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély.</p>	

9 - 12. évfolyam

A 6 évfolyamos általános gimnáziumi középszintű képzésben résztvevőknek ugyanazt a tananyagot kell elsajátítaniuk és ugyanazon követelményeknek kell megfelelniük a 9 – 12. évfolyamokon, mint a 4 évfolyamos képzésben részvevő tanulóknak.
(Ld. a 20 – 52. oldalon leírtakat.)

C) Tananyag a 6 évfolyamos speciális matematika tagozatos gimnáziumi képzésben résztvevőknek

ÁLTALÁNOS CÉLOK ÉS FELADATOK:

Ebben a képzési ágban a hatosztályos gimnáziumok olyan tanulóinak kívánunk magasabb szintű ismereteket nyújtani, akik nagyobb érdeklődést mutatnak a matematika iránt. A matematikai tehetség korán megmutatkozik, ezért ha kellő számban jelentkezik intézményünkbe (azaz min. félosztálynyi) matematika iránt érdeklődő tanuló, akkor nekik már érdemes kissé kibővített tananyaggal, magasabb szintű feladatanyaggal tanítani a matematikát.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet matematika iránt érdeklődő tanulók választják, és azt, hogy itt heti öt óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematikai tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem csak olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt időnk hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére.

Emelt szintű matematika kerettanterv szerint tanulhatnak az általános iskolások is. Az ő tantervüknek természetes folytatása ez a hatosztályos gimnáziumi emelt szintű tanterv, de nem feltétele a matematikából emelt szintű gimnáziumi osztályba való bekerülésnek az, hogy a tanuló 5–6. osztályban már emelt óraszámban tanuljon.

Ha azonban a bekerülő tanulók jelentős része korábban nem részesült emelt szintű képzésben, akkor indulásnál célszerű az emelt szintű 5–6. osztályos tananyagból azokat a legfontosabb kiegészítő ismereteket áttekinteni, amelyekre a későbbiekben ez a tanterv épít.

RÉSZLETES TEMATIKA ÉVFOLYAMONKÉNT:

7. évfolyam Heti 5 óra (Össz.: 180 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés fejlesztése, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok.		<i>Biológia: élőlények</i>

<p>Két halmaz különbsége. Intervallum. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i></p>	rendszerzése.
<p>Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. a benne szereplő számok paritása miatt.)</p>	
<p>Logika. Logikai állítások és azok tagadása, megfordításuk. Van olyan, létezik tudatos használata. Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A bizonyítás igénye és módszerei a matematikában. <i>Matematikatörténet: Euklidesz.</i> Igazmondós-hazudós logikai feladatok.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a kvantorok, logikai elemek használata a hétköznapi kommunikációban (szóban és írásban is).</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, intervallum.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Racionális számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Műveletek racionális számokkal. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok zsebszámológéppel is.</p>
<p>Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</p>
Számok egészrésze, törtrésze.		

Kerekítés, pontosság. A mennyiségek nagyságrendjének becslése, megadása adott pontossággal.		
Arány, arányosság. Százalékszámítás. A korábban tanult módszerek ismételése, elmélyítése.		<i>Fizika; kémia:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális szám, hatványalap, kitevő, valós szám, arány, százalék.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törtekkel végzett műveletekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban megismert fogalmak rendszerező ismételése, elmélyítése. Periodikus jelenségek megfigyelése. Számolási készség fejlesztése: prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Az oszthatóság tulajdonságai. Relációtulajdonságok.		
Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A prímtényező felbontást hatványok segítségével adjuk meg. Négyzetszámok törztényező alakja. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímelek. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám fogalma és története. Barátságos számok fogalma és története. Tökéletes és barátságos számokkal kapcsolatos adatok keresése interneten. Informatikai kompetencia fejlesztése. Számelméleti alapú játékok. <i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler.		<i>Informatika:</i> prímelek szerepe titkosításban, kódolásban.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, számrendszer.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Szövegértés, absztrakt gondolkodás fejlesztése; betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre.	

céljai	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> törvények megfogalmazása képletek segítségével.</p>
<p>Egynemű, különmemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika.</p>	
<p>Műveletek többtagú algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Egyszerű, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A problémafelismerő, -megoldó képesség fejlesztése: a probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye – önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Néhány azonos egyenlőtlenség. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése. Törtegyütthatós egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Koordináta-rendszer: egyenletmegoldás grafikus módszere.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvény, sorozat	Órakeret 35 óra
--------------------------------------	-------------------	--------------------

Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A függvényfogalom mélyítése: kapcsolatok felfedeztetése; a mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel; néhány függvénytípus megfigyelése, használata; függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Változatos példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre. Függvény, mint rendezett párok halmaza. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Függvényvizsgálat. Értelmezési tartomány. Értékkészlet. Zérushely. Monotonitás, szélsőérték. (Pontos definíciók nélkül.)		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon, sebesség-idő grafikon.
Lineáris függvény: elsőfokú függvény, konstans függvény. A lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.		
A sorozat mint függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. A számtani sorozat első n tagjának összege. A mértani sorozat. A mértani sorozat megadása az első taggal és a hányadossal. A mértani közép. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, egyenes arányosság, lineáris függvény, sorozat, számtani sorozat, számtani közép, mértani sorozat, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Geometriai transzformációk	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Szögpárok. Csúcsszögek, mellékszögek, pótszögek, párhuzamos szárú szögek, merőleges szárú szögek. Háromszög, sokszögek szögösszege bizonyítással. Külső szögek. Néhány nevezetes háromszög tulajdonságai. 30°, 60°, 90°-os, 15°, 75°, 90°-os szögekkel rendelkező háromszögek. Sokszögek kerülete, területe. A paralelogramma, háromszög, trapéz, deltoid kerülete, területe. Területekre vonatkozó tételek, feladatok.</p>	
<p>Egybevágósági transzformációk. Középpontos tükrözés. Forgatás. Eltolás. A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egyszerűbb geometriai szélsőérték-feladatok.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Egybevágóságon alapuló számítási, szerkesztési feladatok.</p>	
<p>Szimmetrikus alakzatok. Tengelyesen szimmetrikus négyszögek. A deltoid, húrtrapéz. Több szimmetriatengellyel rendelkező négyszögek. Halmazok: a kapcsolatok szemléltetése halmazábrával. Középpontosan szimmetrikus négyszögek. Paralelogramma tulajdonságai. Paralelogramma szerkesztése. Halmazok: szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése. Szabályos sokszögek. Szimmetrián alapuló játékok.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> Díszítőminták. Művészettörténet - szimmetriák alkalmazása az építészetben, művészetekben. <i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti alkotások.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egyállású szög, váltószög, csúcsszög, egybevágóság.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Síkgeometria	Órakeret 20 óra
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok. Egyenlőtlenességgel meghatározott térelemek: adott térelemtől adott értéknél kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. két térelem közül az egyiktől kisebb, nagyobb távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Két vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. A háromszög köré írható köre. A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontra illeszkednek. A háromszög beírható köre. A háromszög szögfelezői egy pontra illeszkednek.</p>		<p><i>Földrajz:</i> határok, földrajzi objektumok környezete.</p>
<p>A kör és részei. A kör kerülete, területe. Kőrív hossza. Kőröcikk területe.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> a kör mint díszítő elem.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Sokszög, szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység, szükséges és elégséges feltétel.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Térgeometria	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	<p>Térelemek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A korábbi fogalmak rendszerező ismétlése, elmélyítése. A térszemlélet fejlesztése: egyenes, hasáb, henger, tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín, térfogat.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Építőkészletek. Egyenes hasáb – alaplap, oldallap, alapél, oldalél, magasság. lapátló, testátló. Szabályos testek.</p>		
<p>Felszín, térfogat. (Bizonyítás nélkül.) Egyenes hasáb, hálójá, felszíne, térfogata. Egyenes henger, hálójá, felszíne, térfogata.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Alaplap, oldallap, oldalél, lapátló, testátló, hasáb, henger.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	<p>Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.</p>	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult fogalmak, módszerek rendszerező ismétlése. A valószínűség fogalmának alapozása: a gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma; a valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat használata. Pontdiagram, vonaldiagram, oszlopdiaagram, kördiagram. Diagram készítése táblázat alapján. Átlag.		<i>Informatika:</i> táblázatkezelő program használata.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság.	

8. évfolyam

Heti 5 óra (Össz.: 180 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés fejlesztése, gondolataink lefordítása a matematika nyelvére. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kombinatorika. Sorba rendezési feladatok. Faktoriális jelölés használata. Kiválasztási feladatok. (Rendezett halmazoknál ismétléses eset is.) Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Faktoriális. Gráf.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Racionális számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alapművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegyenes – a valós számok.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Hatványozás. A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Permanencia-elv. Számok normálalakja (műveletek csak egyszerű esetekben.) Nagy és kis számok írása.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i></p>
<p>Számok négyzete, négyzetgyöke. Négyzetgyök meghatározása számológéppel. Geometria: Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése. Racionális számok tizedes tört alakja. Példák nem racionális számokra. Vannak végtelen nem szakaszos tizedes törtek. A \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám, π irracionális. Valós számok, számegyenes. A számegyenesen nem csak racionális szám van – csak a szemlélet alakítása.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Normálalak, négyzetgyök, valós szám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törtekkel végzett műveletekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban megismert fogalmak rendszerező ismétlése, elmélyítése. Periodikus jelenségek megfigyelése. Számolási készség fejlesztése: prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számolás maradékokkal. Hatványok szorzata osztási maradékanak megállapítása. Negatív maradékok használata. Többféle maradék együttes számolása. Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Oszthatóság az alap hatványainak osztóival. Oszthatóság az alap kisebb szomszédjának osztóival. Oszthatóság az alap nagyobb szomszédjának osztóival. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel. Négyzetszámok maradékai. Számjegyes feladatok. Halmazok: osztók, többszörösök halmaza – halmazábra. Statisztika: táblázat, grafikon az osztók számáról.</p>		<p><i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták.</p>
<p>Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban.</p>		<p><i>Informatika: 2-es számrendszer.</i></p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> babiloni, indiai, arab műveltségelemek nyomai az európai kultúrában.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, számrendszer.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés, absztrakt gondolkodás fejlesztése; betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Műveletek többtagú algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés osztása egytagú kifejezéssel. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>		
<p>Nevezetes azonosságok: $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $(a + b)(a - b)$. Geometria: azonosságok szemléltetése területtel.</p>		
Kulcsfogalmak/	Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás,	

fogalmak	zárójelfelbontás, kiemelés.
-----------------	-----------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Egyszerű, egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A problémafelismerő, -megoldó képesség fejlesztése: a probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye – önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Szöveges feladatok. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. A feladat megértése, elemzése, a lényeg meglátása. Pénzügyi ismeretek: áremelkedés, árengedmény, kamat. Típusfeladatok egyszerű példákkal: számok helyi értékével kapcsolatos feladatok, geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok, fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok, százalékszámítási feladatok, keverési feladatok, együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok. Szöveges feladatok megoldási módszerei egyenlet nélkül.</p>		<p><i>Fizika:</i> kinematikai, dinamikai feladatok. <i>Kémia:</i> oldatok készítése.</p>
Néhány nem elsőfokú egyenlet. Szorzattá alakítással.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvény, sorozat	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A függvényfogalom mélyítése: kapcsolatok felfedeztetése; a mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel; néhány függvénytípus megfigyelése, használata; függvények ábrázolása értéktáblázat használatával.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Fordított arányosság: $f(x) = \frac{a}{x}$		<i>Fizika:</i> Boyle–Marittetörvény.
Néhány nem lineáris függvény: x^2 ; \sqrt{x} ; $\{x\}$; $[x]$; $\text{sgn } x$.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata függvények ábrázolására.
Függvénytranszformációk az ismert függvényeken egyszerű esetekben: $f(x) + c$; $f(x + c)$; $-f(x)$.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikonok, sebesség-idő grafikonok.
Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Fordított arányosság, nem lineáris függvény, függvénytranszformáció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Geometriai transzformációk	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A vektor. Vektorok összeadása, kivonása, szorzása számmal.		<i>Fizika:</i> elmozdulás, sebesség, erő.
Hasonlóság szemléletes bevezetése. Nagyítás, kicsinyítés. A hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás.		<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> tervrajzok. <i>Fizika:</i> képalkotás, nagyítás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektorok, eltolás, hasonlóság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Síkgeometria	Órakeret 19 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók,	

	belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Háromszögek további nevezetes vonalai, pontjai, körei. (Bizonyítás nélkül.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Középvonalak. Négyszögek középvonalai. Sokszögek. Belső és külső szögek összege. Átlók száma.	Kapcsolódási pontok <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Pitagorasz tétele. A tétel és megfordításának kimondása bizonyítás nélkül. Thalész tétele. A tétel és megfordítása, bizonyítása. Matematikai logika: állítás és megfordítása, szükséges és elégséges feltétel. A kör érintői. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz és Thalész.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sokszög, szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, kör, kerület, terület, mértékegység, szükséges és elégséges feltétel.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Térgeometria	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Térelemek, kölcsönös helyzetük. Testek építése szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi fogalmak rendszerező ismétlése, elmélyítése. A térszemlélet fejlesztése: egyenes, hasáb, henger, tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése, felszín, térfogat.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Felszín, térfogat. (Bizonyítás nélkül.) Gúla hálójá, felszíne, térfogata. Tetraéder. Egyenes körkúp felszíne, térfogata. A gömb felszíne, térfogata.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaplap, oldallap, gúla, kúp, gömb.	

Tematikai egység/	Statisztika, valószínűség	Órakeret
-------------------	---------------------------	----------

Fejlesztési cél		10 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult fogalmak, módszerek rendszerező ismétlése. A valószínűség fogalmának alapozása: a gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma; a valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Valószínűség. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje. Galton-deszka.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> szerencsejátékok.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.
--------------------------------	---

9. évfolyam

Heti 5 óra (Össz.: 180 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok Halmazok, ponthalmazok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok.</p> <p>Halmazokkal kapcsolatos ismeretek: üres halmaz, részhalmaz, halmazok egyenlősége.</p> <p>Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, szimmetrikus differencia, komplementerhalmaz.</p> <p>Descartes-féle szorzat.</p> <p>A fogalmak ismétlése, alkalmazása több halmazra. Pontos definíciók, jelölések használata.</p> <p>Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p> <p>A halmazműveletek tulajdonságai.</p> <p>Összevetés a logikai műveletek tulajdonságaival.</p> <p>Halmazok számossága.</p> <p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.</p> <p>Véges és végtelen halmazok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.</p>		<p><i>Informatika:</i> Könyvtárszerkezet a számítógépen. Adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i></p>

	rendszeren.
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok készítése. Adott tulajdonságú halmazok konstruálása. Ábrák színezése, lefedése adott feltételek szerint. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Invariáns mennyiség keresése.)	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Permutáció, variáció, kombináció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számfogalom fejlesztése: számkörbővítés elvei; a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok, irracionális számok, valós számok.</p> <p>Mely műveletek nem vezetnek ki az egyes számhalmazokból? A racionális számok halmazán végzett műveletek biztonságos elvégzése – ismétlés, gyakorlás.</p> <p>Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.</p> <p>Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Számok normálalakja. Számolás normálalakban felírt számokkal. Normálalak a számológépen. A valós számok és a számegyenes kapcsolata. A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére.</p>		<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</i></p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, n -edik gyök.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések használata	Órakeret 31 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtek kifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.		<i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.
Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $(a + b + c)^2$, $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$, $a^3 + b^3$. Utalás $(a + b)^n$ kiszámolásra Pascal-háromszög segítségével. Geometria: azonosságok „rajzos” igazolása.		
Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása. Polinomok szorzása, hatványozása. Szorzattá alakítás különböző módszerei. Polinom osztása polinommal. Algebrai törtekkel végzett műveletek. Algebrai törtek egyszerűsítése, összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. <i>Matematikatörténet: algebra – Al-Hvarizmi.</i>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Az oszthatósági szabályok rendszerezése. Analógiák nem tízes alapú számrendszerek oszthatósági szabályaiban. NIM játék.		

<p>Példák egyéb számokkal (pl. 7-tel) való oszthatóságra tízes számrendszerben. Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. Teljes indukció alkalmazása oszthatósági feladatokban.</p>	
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás. A számelmélet alaptétele. Végtelen sok prímszám van. Néhány további tétel és sejtés a prímszámok elhelyezkedéséről. Osztók számának, összegének, szorzatának meghatározása a prímtényezős felbontásból. Kis Fermat-tétel. Néhány speciális prím: PI. Mersenne-prímek, Fermat-prímek, faktoriális prímek, Sophie Germain-prímek. Nagy prímek szerepe a titkosításban. <i>Matematikatörténet</i>: Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Osztó, többszörös, prím, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer</p>	<p>Órakeret 25 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának felismertetése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Divergens gondolkodás fejlesztése esetszétválasztások során. Számológép használata.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz, igazsághalmaz. Ekvivalens átalakítások. Elsőfokú paraméteres egyenletek. Egyenletek grafikus megoldása.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
<p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult módszerek elmélyítése. További módszerek szöveges feladatok megoldására. Példák egyenlet nélküli megoldási módszerekre.</p>		<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p>
<p>Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek. Értelmezési tartomány vizsgálata, hamis gyök. Mikor lesz egy tört értéke nulla, pozitív, negatív?</p>		
<p>Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. (Több abszolút értéket</p>		<p><i>Fizika:</i> a mérés hibája.</p>

tartalmazók is.) Abszolút értéket tartalmazó egyenlőtlenségek. Algebrai és grafikus megoldás.		
Elsőfokú egyenletrendszerek. Egyenletrendszerek grafikus megoldása. Behelyettesítő módszer. Egyenlő együtthatók módszere. Új ismeretlen bevezetése. Elsőfokú paraméteres egyenletrendszerek. Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata.		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Elsőfokú egyenlőtlenségek. Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Függvény fogalma. Rendszerező ismétlés. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése: zérushely, monotonitás, szélsőérték.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.
Lineáris függvények. Rendszerező ismétlés. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban.		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos, lineárisan összefüggő mennyiségek.
Abszolútérték-függvény. (Több abszolút értéket tartalmazók is.) Egészrész-, törtrész-, előjelfüggvény, Dirichlet-féle függvény.		<i>Fizika:</i> négyzetesen arányos mennyiségek.
Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.		<i>Fizika; kémia:</i>

	fordítottan arányos mennyiségek.
Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi. A transzformációk rendszerezése, transzformációs sorrend. $ f(x) $ ábrázolása. Adott tulajdonságú függvények konstruálása.	
Rekurzív sorozatok. A Fibonacci-sorozat. Kapcsolat: aranymetszés. <i>Matematikatörténet</i> : Fibonacci.	<i>Biológia-egészségtan</i> : szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az élőlényeknél. <i>Művészetek</i> : szimmetriák és nevezetes arányok megjelenése az építészetben, festészetben, zenében.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvény grafikonja, függvénytranszformáció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Alapfogalmak, ponthalmazok, egybevágósági transzformációk	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	Tételek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése a környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). A geometriai transzformációk átfogó ismerete, alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában, a művészetekben. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge.		<i>Fizika</i> : szögsebesség, szöggyorsulás.

<p>Sokszögek szögösszege, átlók száma. A szög ívmértéke. A radián mint mértékegység. Átváltás fok és radián között.</p>	
<p>Nevezetes ponthalmazok rendszerezése: adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. két térelemtől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben. Parabola, forgási paraboloid. Egyenlőtlességgel meghatározott ponthalmazok. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Koordinátákkal megadott feltételek. <i>Matematikatörténet:</i> Descartes. Két, vagy három feltételnek megfelelő ponthalmazok szerkesztése. Háromszög beírt, körülírt, hozzáírt körei. Háromszög további nevezetes vonalai. (Bizonyítással.) Középvonalak.(Négyszögek középvonalai is.) Magasságok – magasságpont. Súlyvonalak – súlypont. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van és fordítva.</p>	<p><i>Fizika:</i> parabolatükör. <i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása. Számítási feladatok síkban és térben. Pitagorasz tételének alkalmazása bizonyítási feladatokban. Mikor hegyesszögű, illetve tompaszögű a háromszög? Két pont távolsága koordináta-rendszerben. Parallelogramma oldalainak négyzetösszege egyenlő az átlók négyzetösszegével. Négyszög átlói merőlegességének feltétele. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.</p>
<p>Thalész tétele és a tétel megfordítása. Szerkesztési és bizonyítási feladatok. Körérintő szerkesztése. <i>Matematikatörténet:</i> Thalész.</p>	
<p>Kerületi és középponti szögek. Húrnégyszög. Érintőnéyszög.</p>	
<p>Geometriai transzformáció fogalma. Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése. Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, forgatás, eltolás, identitás. A geometriai transzformációk tulajdonságai: fixpont, fix egyenes, fix sík, szögtartás, távolságtartás, irányítástartás. Szimmetrikus alakzatok, szimmetrián alapuló játékok. Geometriai transzformációk szorzata.</p>	<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.</p>
<p>Geometriai szélsőérték-feladatok. Háromszögbe írt minimális területű háromszög. Izgonális pont.</p>	<p><i>Földrajz:</i> minimális utak meghatározása.</p>

Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Műveletek vektorokkal: összeadás, kivonás, számmal való szorzás. Vektorfelbontás tétele. Vektor koordinátái. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.		<i>Fizika:</i> vektormennyiségek - erő, sebesség, gyorsulás, térerősség.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Térelem, sokszög, egybevágósági transzformáció. Vektor. Kerületi és középponti szög. Húrnégyszög. Érintőnégyyszög.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika. valószínűség	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Adatok rendezése, rendszerezése: diagram készítése, olvasása; táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség fogalmának mélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása. Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása. Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.		<i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjeleníté s.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Valószínűség.	

10. évfolyam
Heti 5 óra (Össz.: 180 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Számhalmazok, ponthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazása – megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata – az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Logika. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Rendszerező ismétlés feladatokon keresztül. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i>Pólya György, George Boole.</p>		
<p>Kombinatorika. Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció – ismétlés nélkül. Vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül ismétélünk, mélyítjük a feladatmegoldási rutinunkat.</p> <p>Jelek használata: $n!$, $\binom{n}{k}$.</p> <p>Binomiális együtthatók, egyszerű tulajdonságaik. Pascal háromszög. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal, Erdős Pál. Néhány kombinatorikus geometriai feladat. n pontot maximum hány egyenest határoz meg? n egyenesnek maximum hány metszéspontja lehet? n egyenes maximum hány részre osztja a síkot? Gráfok. Néhány probléma ábrázolása gráfokkal.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Permutáció, variáció, kombináció.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Valós számok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban, számológéppel. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás.	

	A négyzetgyök fogalma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számfogalom fejlesztése: számkörbővítés elvei; a valós számok halmazának ismerete. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Indirekt bizonyítási módszer alkalmazása. Absztrakciós készség fejlesztése.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Négyzetgyök. A négyzetgyökvonás azonosságai. \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám. Indirekt bizonyítás. Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól. Nevező gyöktelenítése.	
	Az n -edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai. Páros és páratlan gyökkitevő. Bevitel a gyökjel alá. Kivétel a gyökjel alól. A szerkeszthetőség néhány kérdése. A tört kitevőjű hatvány. Permanencia-elv.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám, normálalak, négyzetgyök, n -edik gyök.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Algebrai kifejezések használata	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Számítani, mértani, négyzetes és harmonikus közép, a köztük lévő egyenlőtlenség. Algebrai bizonyítás két változóra. Szélsőérték-feladatok közepek segítségével. Kapcsolat: másodfokú függvények vizsgálata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Oszthatóság	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábbi években szerzett ismeretek elmélyítése, bővítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Diofantoszi egyenletek. Lineáris diofantoszi egyenlet. Az $ax + by + cxy = d$ típusú diofantoszi egyenlet. Szöveges feladatok megoldása diofantoszi egyenlettel. <i>Matematikatörténet: Diophantos.</i>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, többszörös, prím, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Számelmélet, algebra Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Egyismeretlenes, elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának felismertetése. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Divergens gondolkodás fejlesztése esetszétválasztások során. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Szélsőérték-feladatok másodfokú függvény vizsgálatával. Kapcsolat: számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával történő megoldás. Optimális megoldásokra törekvés. Másodfokú egyenletek. Grafikus megoldás. Teljes négyzetté kiegészítés. Egyenletmegoldás szorzattá alakítással. A másodfokú egyenlet megoldóképlete. A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása. Számológép használata. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa. Diskusszió. Önellőrzés képességének fejlesztése. Gyöktenyezős alak, Viete-formulák. Másodfokúra visszavezethető egyenletek. Új ismeretlen bevezetése. Racionális gyökök keresése. Viete-formulák.		<i>Fizika:</i> fizikai tartalmú minimum- és maximum-problémák. <i>Filozófia:</i> egy adott rendszeren belül megoldhatatlan problémák létezése.

Néhány további módszer az egyenlet speciális tulajdonságainak felhasználásával. <i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága. Cardano, Galois, Abel.		
Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek.		<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. Többféle megoldási módszer összevetése.		
Másodfokú egyenletrendszer. Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok. Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben.		<i>Fizika:</i> ütközések.
Gyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Önellenőrzés.		
Paraméteres másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek. Esetszétválasztások.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ekvivalens átalakítás, hamis gyök. Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, megoldóképlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Függvények	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult függvények felidézése. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Logikus, pontos gondolkodás, fogalmazás fejlesztése. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Új fogalmak: periodicitás, paritás, korlátosság. (Pontos definíciók, néhány esetben a tagadás is. Megfogalmazások: pl. egy függvény nem páros, ha) Kapcsolat: logika elemei – bármely, van olyan, negáció.		<i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonszerkesztés számítógépes program

Hétköznapi állítások tagadása.	segítségével.
Másodfokú függvények. Teljes négyzetté kiegészítés. Hatványfüggvények. Negatív egész kitevőjű hatványfüggvények. Függvények inverze. Gyökfüggvények.	<i>Fizika:</i> négyzetesen arányos mennyiségek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Monotonitás, szélsőérték, paritás. Függvény grafikonja, függvénytranszformáció.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Geometria Hasonlóság és kapcsolódó tételek	Órakeret 42 óra
Előzetes tudás	Egybevágósági transzformációk. A háromszögek egybevágóságának alapesetei. Számítási és mértani közép. A számítási és a mértani közép közötti egyenlőtlenség.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A definíciók és tételek pontos ismerete. Bizonyítások gyakorlása. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számítógép használata geometriai feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A párhuzamos szelők tétele (bizonyítás nélkül) és megfordítása, következmények. Szögfelezőtétel. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása. Negyedik arányos szerkesztése.		
A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.		<i>Földrajz:</i> térképek. <i>Vizuális kultúra:</i> tervrajzok. <i>Fizika:</i> képalkotás, nagyítás.
Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Annak tudatosítása, hogy kicsinyítésnél, nagyításnál a lineáris méretek, a felszín és térfogat nem egyformán változik.		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor az a hasznos, hogy adott

	térfogathoz nagy felszín, illetve amikor kis felszín tartozik.
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése. Egyszerű szélsőérték-feladatok. Körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tétele. Aranymetszés. Kapcsolat a Fibonacci-sorozattal.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet. <i>Ének-zene:</i> az aranymetszés megjelenése zenei művekben.</p>
<p>Forgatva nyújtás. Ptolemaiosz tétele. <i>Matematikatörténet:</i> Ptolemaiosz.</p>	
<p>További nem távolságtartó transzformációk. Merőleges affinitás. Kapcsolat a függvénytranszformációkkal. Inverzió. (Csak mint példa nem távolságtartó transzformációra.)</p>	
<p>Néhány kapcsolódó tétel. Ceva és Menelaosz tétele. Euler tétele a beírt és körülírt kör középpontjának távolságára. Feuerbach-kör és Euler-egyenes. (Célszerű a bizonyításokat megmutatni a bennük lévő ötletek miatt, de a teljes bizonyítások megtanulása nem szükséges.) <i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, terület, térfogat. Számtani és mértani közép.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hegyesszögek szögfüggvényei	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban. Pitagorasz-tétel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal. A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással. A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója. Szögfüggvény értékének meghatározása számológéppel. Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<p><i>Fizika:</i> Lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása. Rezgőmozgás és körmozgás kapcsolata.</p>
Pótszögek szögfüggvényei.		

<p>Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°, az értékek megjegyzése. 18°, 36°, 54°, 72° szögfüggvényeinek kiszámítása az „aranyháromszögből”. Hegyeszög egy tetszőleges szögfüggvényének értékéből a többi szögfüggvény pontos értékének kiszámolása.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfüggvény.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika. valószínűség	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség egyszerű fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése. Tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Adatok rendezése, rendszerezése: diagram készítése, olvasása; táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. A valószínűség fogalmának mélyítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Kocka- és pénzérmédobások. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Tapasztalatok feldolgozása csoportmunkában.</p>		<i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.
<p>Esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Egyszerűbb események valószínűsége. Klasszikus valószínűségi modell. A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Valószínűség.	

11. évfolyam
Heti 5 óra (Össz.: 180 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési	

	és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, foksám.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése. Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig. Algebrai számok, transzcendens számok. Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok. Kontinuum-sejtés. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel.	<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Bizonyíthatóság.
Konstrukciók. Lehetetlenségi bizonyítások. Adott tulajdonságú matematikai objektumok konstruálása. Adott tulajdonságú sorozatok, függvények, egyenletek, műveletek, ábrák, lefedések, színezések stb. Annak indoklása, hogy valamely konstrukció nem hozható létre. (Pl. Invariáns mennyiség keresésével.) Példák a matematika történetéből lehetetlenségi bizonyításokra.	
Kombinatorika. (A korábbi ismeretek összegzése.) Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció– ismétlés nélkül és ismétléssel. (Ez utóbbi új elem.) Ismétlés, rendszerezés egyes kombinatorikai feladatokon keresztül. Binomiális együtthatók, tulajdonságaik. Pascal háromszög és tulajdonságai. Binomiális tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Blaise Pascal. Néhány kombinatorikus geometriai probléma. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	
Gráfok. Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, foksám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagráf, kör, teljes gráf). Gráfokra, éleikre, csúcsok foksámaira vonatkozó egyszerű tételek. Euler-vonal, Hamilton-kör. Gráfok alkalmazása leszámolásos feladatokban – rendszerező ismétlés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	<i>Biológia-egészségtan:</i> genetika.
A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben.	<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.

Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv, teljes indukció. Tételek megfordítása.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Permutáció, variáció, kombináció, művelet, reláció, binomiális együttható.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Hatvány, gyök, logaritmus	Órakeret 40 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökkvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése, az irracionális kitevőjű hatvány szemléletes fogalmának kialakítása. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. Más tudományágakban a matematika alkalmazásának felfedeztetése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A racionális kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése.</p> <p>Számolás racionális kitevőjű hatványokkal, gyökös kifejezésekkel.</p> <p>Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése irracionális számra.</p> <p>Az exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitás.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>Logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai.</p> <p>Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra.</p> <p>Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál.</p> <p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p>		<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>

<i>Matematikatörténet: Napier, Kepler; a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</i>		
A logaritmusfüggvény. A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata. Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata. Inverz függvénykapcsolat.		<i>Fizika: régészeti leletek – kormeghatározás.</i>
Logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek. Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával. Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél.		
Paraméteres exponenciális és logaritmosos egyenletek.		
Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Trigonometria	Órakeret 41 óra
Előzetes tudás	Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak felfedeztetése más tudományterületeken. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: a vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás. A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik. A vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái.		
A szögfüggvények általános értelmezése. Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben. Szögfüggvények közötti összefüggések. Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. A trigonometrikus függvények. A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás. A trigonometrikus függvények transzformáltjai, függvényvizsgálat.		<i>Fizika: harmonikus rezgőmozgás, hullámmozgás leírása.</i> <i>Informatika: grafikonok elkészítése számítógépes programmal.</i>
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai.		<i>Fizika: munka, elektromosság.</i>

<p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban. Merőleges vektorok skaláris szorzata. Szükséges és elégséges feltétel. Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. A skaláris szorzat és a Cauchy-egyenlőtlenség kapcsolata. Vektorok vektoriális szorzata. (Szemléletes kép, bizonyítások nélkül.)</p>	
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével. A háromszög egy oldalának kifejezése a köré írt kör sugara és szemközti szög segítségével. Szinusztétel. Koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása. Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel. Általános háromszög adatainak meghatározása. Egyértelműség vizsgálata. Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is. Bizonyítási feladatok.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alakzatok adatainak meghatározása. <i>Földrajz:</i> Távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. GPS: helymeghatározás.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések. Addíciós tételek: két szög összegének és különbségének szögfüggvényei, egy szög kétszeresének szögfüggvényei, félszögek szögfüggvényei, két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása. A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása. Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása. Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel. Tangenstétel.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek. Az összes megoldás megkeresése. Hamis gyökök elkerülése. Trigonometrikus egyenlőtlenségek. Grafikus megoldás, vagy egységkör alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Skaláris szorzat, szinusztétel, koszinusztétel, trigonometrikus azonosság, egyenlet.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Koordináta geometria	Órakeret 31 óra
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.</p>	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A Descartes-féle koordináta-rendszer. A helyvektor és a szabadvektor. Rendszerező ismétlés.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Vektor abszolút értékének kiszámítása. Két pont távolságának kiszámítása. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.</p>		
<p>Szakasz osztópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismereteket alkalmazunk, vektorokat használunk, koordinátákat számolunk.</p>		<p><i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.</p>
<p>Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. Az egyenes egyenletei. Adott pontra illeszkedő, adott normálvektorú egyenes, illetve sík egyenlete. Adott pontra illeszkedő, adott irányvektorú egyenes egyenlete síkban, egyenletrendszere térben. Iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. Kétismeretlenes lineáris egyenlet és az egyenes egyenletének kapcsolata. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele. Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. Skaláris szorzat használata.</p>		<p><i>Fizika:</i> mérések értékelése. <i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kétismeretlenes másodfokú egyenlet és a kör egyenletének kapcsolata. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. Szerkeszthetőségi kérdések.</p>		<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A parabola tengelyponti egyenlete. A parabola pontjainak tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes. A parabola és a másodfokú függvény. Teljes négyzetté kiegészítés. A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.</p>		<p><i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör.</p>

A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.		
Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével, vagy a szerkesztés menetének követésével. Mértani helyek keresése. Apollóniusz-kör. Merőleges affinitással kapott mértani helyek. Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek. Lineáris programozási feladat.		<i>Informatika: több feltétel együttes vizsgálata.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Egyenes, kör, parabola egyenlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Nevezetes egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok elemi megoldása	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok ismerete. Középek és sorrendjük ismerete két változóra. Másodfokú és trigonometrikus függvények ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása. A modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal. A szélsőérték-problémához illő megoldási mód kiválasztása. Gyakorlat szerzése optimális megoldások keresésében.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Azonos egyenlőtlenségek. Nevezetes középek közötti egyenlőtlenségek. (Több változós alak bizonyítása fokozatos közelítés módszerével.) Nevezetes középek közötti egyenlőtlenségek alkalmazása szélsőérték-feladatok megoldásában. Szélsőérték-feladatok megoldása függvénytulajdonságok segítségével. (Másodfokú és trigonometrikus függvényekkel.) Szélsőérték-feladatok megoldása fokozatos közelítés módszerével. Környezetvédelem: legrövidebb utak és egyéb optimális módszerek keresése. Bernoulli-egyenlőtlenség. Cauchy-egyenlőtlenség. Jensen-egyenlőtlenség. (Bizonyítás nélkül, szemléletes képpel.)		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szélsőérték. Nevezetes közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Statisztika, valószínűség	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai	

nevelési-fejlesztési céljai	ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. Mit jelent a valószínűség – a nagy számok törvénye.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. Számsokaságok jellemzése: átlag, medián, módusz, szórás. Gyakorlati példák arra, hogy mikor melyik mutatóval célszerű jellemezni a számsokaságot. Átlagos abszolút eltérés, átlagos négyzetes eltérés. A medián és az átlag minimumtulajdonsága. Közvélemény-kutatás, statisztikai évkönyv, minőségellenőrzés.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.</p>
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet:</i> George Boole.</p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. Szerencsejátékok elemzése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye (szemléletes tárgyalás képletek nélkül). Geometriai valószínűség. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd.</p>		<p><i>Informatika:</i> véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség, kizáró esemény, független esemény.	

12. évfolyam
Heti 5 óra (Össz.: 160 óra)

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések hatékony alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése. Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat. Rekurzív sorozat n-edik elemének megadása. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.</p>	<p><i>Informatika:</i> algoritmusok.</p>
<p>Számtani sorozat. A számtani sorozat n-edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összege. Mértani sorozat. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagjának összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss. Számítási feladatok számtani és mértani sorozatokra. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. A számtani sorozat mint lineáris, és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. Gyakorlati alkalmazások – kamatos kamat számítása. Törlesztési feladatok. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék. Véges sorok összegzése. Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése. Teleszkópos összegek.</p>	<p><i>Fizika; kémia;</i> <i>biológia-egészségtan;</i> <i>földrajz; történelem,</i> <i>társadalmi és</i> <i>állampolgári</i> <i>ismeretek:</i> lineáris és exponenciális folyamatok.</p> <p><i>Technika, életvitel és</i> <i>gyakorlat:</i> hitel – adósság – eladósodás.</p>
<p>Sorozatok konvergenciája. A határérték szemléletes és pontos definíciói. Műveletek konvergens sorozatokkal. Konvergens és divergens sorozatok. Az $\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{n}$ $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozatok. Konvergens sorozatok tulajdonságai. Torlódási pont. Konvergens sorozatnak egy határértéke van. Minden konvergens sorozat korlátos. Monoton és korlátos sorozat konvergens. Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>	
<p>Végtelen sorok. Végtelen sor konvergenciája, összege. Végtelen mértani sor. Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása. További példák konvergens sorokra. Teleszkópos összegek. Négyzetszámok reciprokainak összege. Példák nem konvergens sorokra. Harmonikus sor. Feltételesen konvergens sorok.</p>	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Folytonosság, differenciálszámítás	Órakeret 35 óra
Előzetes tudás	Függvények megadása, értelmezési tartomány, értékészlet. Függvények jellemzése: zérushely, korlátosság, szélsőérték, monotonitás, paritás, periodicitás. Sorozatok határértéke.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:	Megismerkedés a függvények vizsgálatának új módszerével. A függvény folytonossága és határértéke fogalmának megalapozása. A differenciálszámítás módszereinek használata a függvények lokális és globális tulajdonságainak vizsgálatára. Alkalmazások keresése a matematikán kívüli területeken – fizika, közgazdaságtan – is.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése. Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.		<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.
Függvény határértéke. A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések. Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke. A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata. $\sin x$ A x függvény vizsgálata, az $x = 0$ helyen vett határértéke. A határérték számítógépes becslése.		
A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyításokat nélkül, de ellenpéldák mutatásával azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve, ha a függvény nem folytonos.)		<i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.
Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.		<i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata; a sebesség-idő függvény és a gyorsulás kapcsolata. A fluxus és az indukált

	<p>feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Példák nem differenciálható függvényekre is. Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között. Alapfüggvények deriváltja: konstans függvény, x^n, trigonometrikus függvények deriváltja. Műveletek differenciálható függvényekkel. Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény deriváltja. Inverz függvény deriváltja. Exponenciális és logaritmussfüggvény deriváltja. (Bizonyítás nélkül.) Magasabb rendű deriváltak. <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata. Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény. Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása. Középértéktételek. Rolle- és Lagrange-tétel. (Szemléletes kép.)</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással. A konvexitás definíciója. Inflexiós pont. A második derivált és a konvexitás kapcsolata.</p>	
<p>Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.</p>	
<p>Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Függvény folytonossága, határértéke. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabb rendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Integrálszámítás, téergeometria	Órakeret 45 óra
Előzetes tudás	Folytonos függvények fogalma. Területszámítás elemei. Sorozatok, véges sorok. Differenciálási szabályok ismerete.	

<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Az integrálszámítás módszereivel találkozáskor bővítjük a közelítő módszerek ismeretét. A függvény alatti terület alkalmazásai a matematika és a fizika több területén. Áttekintő képet alakítunk ki a téreometriáról, a felszín- és térfogatszámítás módszereiről.</p>
<p>Ismeretek és fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből. A területszámítás módszereinek áttekintése. Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben (pl. geometriai bizonyításokban).</p>	
<p>A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonka gúla térfogata. Érintőpoliéderek térfogata. Alakzatok felszíne, hálójá. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (heurisztikus, nem precíz módszerrel).</p>	
<p>Téreometria elemei. Tetraéderekre vonatkozó tételek. (Van-e beírt, körülírt gömbje, súlypontja, magasságpontja?) Ortogonalis tetraéder. Tetraéder és paralelepipedon. Euler-féle poliéder-tétel. (Bizonyítás nélkül.) Szabályos testek.</p>	<p><i>Kémia:</i> kristályok. <i>Művészetek:</i> szimmetriák.</p>
<p>Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.</p>	
<p>Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. A szemléletes megközelítésre alapozva jutunk el a pontos definícióig. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. Számítógépes szoftver használata a határozott integrál szemléltetésére. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.</p>	
<p>Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.</p>	<p><i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a</p>

	potenciál. Tehetetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség, feszültség.
<p>Az integrál mint a felső határ függvénye. Integrálfüggvény. Folytonos függvény integrálfüggvényének deriváltja. Kapcsolat a differenciálszámítás és az integrálszámítás között. A primitív függvény fogalma. A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál: hatványfüggvény, polinom függvény; trigonometrikus függvények; exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. A Newton-Leibniz tétel. Integrálási módszerek: integrálás helyettesítéssel. <i>Matematikatörténet: Newton, Leibniz, Euler.</i></p>	
<p>Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra. Két függvénygörbe közötti terület meghatározása. Forgástest térfogatának meghatározása. Henger, kúp, csonka kúp, gömb, gömbszelet térfogata. Sorozat határértékének meghatározása. Az integrálás közelítő módszerei – numerikus módszerek.</p>	<i>Fizika:</i> Potenciál, munkavégzés elektromos, illetve gravitációs erőterben. Váltakozó áram munkája, effektív áram és feszültség.
<p>Néhány egyszerűbb improprius integrál. Néhány hatványsor (formális meghatározás integrálással). Hatványsorok szerepe a matematikában, fizikában, informatikában. Hogyan számolnak az egyszerű számológépek 12 jegy pontossággal?</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Felszín, térfogat, forgástest, csonkakúp, gömb.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 59 óra
Előzetes tudás	A 6 év matematika tananyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. Felkészítés az emelt szintű érettségire: az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének továbbfejlesztése, alkalmazási lehetőségek megtalálása. Kapcsolatok keresése különböző témakörök között.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p><i>Gondolkodási módszerek</i> <i>Halmazok, matematikai logika</i> Halmazok, megadási módjaik, részhalmaz, kiegészítő halmaz. Halmazok közötti műveletek. Végtelen halmazok elmélete; számosságok. Állítások, logikai értékük. Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Univerzális és egzisztenciális kvantor. <i>Kombinatorika, gráfok, algoritmusok</i> Permutáció, variáció, kombináció. Binomiális tétel. Pascal háromszög. Elemi gráfelméleti ismeretek. Euler-féle poliédertétel. A bizonyítások fejlődése és a bizonyítási módszerek változása. Nevezetes sejtések.</p>	<p><i>Filozófia:</i> gondolati rendszerek felépítése, fejlődése.</p>
<p><i>Algebra és számelmélet</i> <i>Műveletek kifejezésekkel</i> Algebrai kifejezések átalakításai, nevezetes szorzatok. A hatványozás azonosságai. A matematikai fogalmak fejlődése, permanencia-elv. Gyökös kifejezések átalakításai. Exponenciális és logaritmusos kifejezések átalakításai. <i>Számelmélet</i> Oszthatósági szabályok. Számolás maradékokkal. Prímszámok. Oszthatósági feladatok megoldása. <i>Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek</i> Lineáris és lineárisra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Másodfokú és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek. Exponenciális és logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Polinomok algebrája. Paraméteres egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok megoldása.</p>
<p><i>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</i> <i>Függvények</i> A függvény fogalma. Függvények rendszerezése a definiáló kifejezés szerint: konstans, lineáris, egészrész, törtrész, másodfokú, abszolútérték, exponenciális, logaritmus-, trigonometrikus függvények. Függvények rendszerezése tulajdonságaik szerint. Függvénytranszformációk. Valós folyamatok elemzése függvénytanilag modellek szerint. <i>Sorozatok, sorok</i> A sorozat fogalma.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes programok használata függvények ábrázolására, vizsgálatára.</p> <p><i>Fizika:</i> Az analízis alkalmazásai a fizikában. A matematika és a fizika</p>

<p>Számtani, mértani sorozat. Rekurzióval megadott egyéb sorozatok. Sorozatok monotonitása, konvergenciája. A végtelen mértani sor. <i>Analízis</i> Függvények korlátossága és monotonitása. Függvény határértéke, folytonossága. Differenciálhányados, derivált függvény. Differenciálási szabályok. L'Hospital-szabály. Függvényvizsgálat differenciálás segítségével. Szélsőérték-meghatározási módok. A tanult függvények primitív függvényei. Integrálási módszerek. A határozott integrál. Newton-Leibniz tétel. A határozott integrál alkalmazásai. Improprius integrál.</p>	<p>kölcsönhatása az analízis módszereinek kialakulásában.</p>
<p><i>Geometria</i> <i>Geometriai alapfogalmak</i> Tételek köcsönös helyzete, távolsága, szöge. <i>Geometriai alakzatok, bizonyítások</i> Nevezetes pontthalmazok. Síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík- és térgeometriai tételek. <i>Geometriai transzformációk</i> Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben. <i>Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria</i> Vektor fogalma, műveletek a vektorok körében. Matematikai fogalmak fejlődésének követése. Vektorfelbontás, vektorok koordinátái. Hegyesszög szögfüggvényei. Szinusz- és koszinusztétel. A háromszög hiányzó adatainak kiszámolása. Trigonometrikus azonosságok. Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben). A kör egyenletei. A kúpszeletek definíciója, egyenleteik. <i>Geometriai mértékek</i> A hosszúság és a szög mértékei. Kiszámolási módjaik. A kétoldali közelítés módszere. A terület fogalma és kiszámítási módjai. A felszín és térfogat fogalma és kiszámítási módjai. Az integrálszámítás felhasználása alakzatok mértékének kiszámításához.</p>	<p><i>Művészetek:</i> szimmetriák, aranymetszés.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes geometriai programok használat.</p>
<p><i>Valószínűségszámítás, statisztika</i> Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás. Eseményalgebra és műveleti tulajdonságai. Teljes eseményrendszer. A mateatika különböző területeinek összekapcsolása: Boole-algebra.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbázis-kezelő program használata.</p>

<p>Grafikonok, táblázatok, diagrammok készítése és olvasása. Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai. Feltételes valószínűség. Mintavételi feladatok klasszikus modell alapján. Szerepük a mindennapi életben. A véletlen szabályszerűségei, a nagy számok törvénye. A közvéleménykutatás elemei.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai jelenségek valószínűségi modellje.</p>
<p><i>Motivációs témakörök</i> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Pl. Rényi Alfréd: Dialógusok a matematikáról. Matematikusokkal kapcsolatos történetek. Matematika alapú játékok. Elemzőképesség fejlesztése. Logikai feladványok, konstrukciós feladatok. Kreativitás fejlesztése. A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

IV. KÖVETELMÉNYEK

Követelmény-rendszerünket elsősorban a hatályban lévő közép- illetve emelt szintű érettségi vizsga követelményeihez igazítottuk. Az itt leírt tematikai egységenként megfogalmazott általános követelményeket minden érettségi előtt álló diáknak teljesíteni kell.

Aki emelt szinten kíván vizsgát tenni, annak az emelt szintre megfogalmazott követelményeknek is eleget kell tenni.

Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

- Legyen képes a tanuló adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.
- Lássa az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, s legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.

- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

Számelmélet, algebra

- Legyen képes a tanuló betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.
- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- Az *emelt szinten* érettségiző diáknak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

Függvények, az analízis elemei

- Legyen képes a tanuló a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, elemezze a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

Geometria, koordináta geometria, trigonometria

- Tudjon a tanuló síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot – alkalmas síkmetszetekkel – két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimmetriákat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon mérni és számolni hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét.

Valószínűség-számítás, statisztika

- Értse a tanuló a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét.
- Ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.
- *Az emelt szinten* érettségiző diák tudjon egyszerűbb véletlenszerű jelenségeket modellezni és a valószínűségi modellben számításokat végezni.
- *Emelt szinten* ismerje a véletlen szerepét egyszerű statisztikai mintavételi eljárásokban.

V. ELLENŐRZÉS, ÉRTÉKELÉS

1.) Szóbeli ellenőrzés:

Feleltetés
Referátum
Szóbeli érettségi tétel előadása (Emelt szinten)

2.) Írásbeli ellenőrzés:

Táblai munka
Referátum
Kisdolgozat
Témazáró dolgozat
„Próba-érettségi” dolgozat
Célnyelvi szódolgozat

3.) Értékelési rendszerünk:

Minden félévben a heti óraszám másfélszeresét el kell érje az érdemjegyek darabszáma, azaz:

9/ny és 9/kny: 2 db jegy / félév

9/AJTP: 6 db jegy / félév

7 – 8 – 9 – 10 – 11. évfolyam: 5 db jegy / félév

12. évfolyam: 6 db jegy / félév

6 évfolyamos speciális matematika képzés: 8 db jegy / félév

A félévi ill. az év végi érdemjegy a szóbeli és írásbeli eredmények súlyozott átlagával számítandó. (A témazáró dolgozatok valamint a próba-érettségi jegyek dupla súllyal, a többi jegy – röpdolgozat, felelet, stb. – egyszeres súllyal kerül súlyozásra.)

Elégséges osztályzatot 2,00-tól kell adni, a többi jegynél 51 századtól kell felfelé kerekíteni.

VI. ESZKÖZÖK, TANKÖNYVEK, SZEMÉLYI FELTÉTELEK

1.) Tanári eszközök:

Zsebszámológép, laptop + projektor
Táblai körző, vonalzó, szögmérő
Dobókockák, kártya
Digitális tábla (internet-csatlakozással)
Jogtiszta szoftverek
Írásvetítő + fóliák
Testmodellek (műanyag makett-készlet, illetve házi készítésű papírtestek)
Tankönyvek
Megfelelő számban fénymásolt dolgozatok, érettségi feladatsorok
Könyvtári példatárak

2.) Tanulói eszközök:

Zsebszámológép
Körző, vonalzó, szögmérő
Színes ceruzák
Füzet
Tankönyvek

3.) Tankönyvek:

A matematikaoktatáshoz nem rendelünk tankönyvet. A „Matematikai, fizikai, kémiai összefüggések - Négyjegyű függvénytáblázatok” című, érettségi vizsgán is használható segédanyagra alapozva tanítjuk meg az elméleti anyagot; a gyakorló példákat különböző feladatgyűjteményekből, illetve az OM honlapján nyilvánosságra hozott érettségi feladatsorokból merítjük.

4.) Személyi feltételek:

Gimnáziumunkban matematika tanár szakos egyetemi oklevéllel rendelkező pedagógusok taníthatják a matematika tantárgyat. A két tanítási nyelvű osztályokban, ahol német nyelven történik a matematika tárgy oktatása, ezt a feladatot csak olyan matematika szakos kolléga láthatja el, aki egyben német nyelvi szakot is végzett.

